



1774

De applicatione lentium obiectivarum compositarum ad omnis generis telescopia

Leonhard Euler

Follow this and additional works at: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works>



Part of the [Mathematics Commons](#)

Record Created:

2018-09-25

Recommended Citation

Euler, Leonhard, "De applicatione lentium obiectivarum compositarum ad omnis generis telescopia" (1774). *Euler Archive - All Works*. 460.

<https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/460>

This Article is brought to you for free and open access by the Euler Archive at Scholarly Commons. It has been accepted for inclusion in Euler Archive - All Works by an authorized administrator of Scholarly Commons. For more information, please contact mgibney@pacific.edu.

DE
APPLICATIONE
LENTIVM OBJECTIVARVM COMPOSITARVM AD OMNIS GENERIS
TELESCOPIA.

Auctore
L. EVLERO.

§. 1.

Methodus, qua sum usus in dioptrica, constructionem telescopiorum pertractandi, postulat, ut singulae lentes, ex quibus haec instrumenta componuntur seorsim in calculum introducantur, unde pro multitudine lentium, formulae quibus satisfieri oportet, continuo magis fiunt complicatae; quare si loco lentis obiectivae simplicis, siue duplicatae siue etiam triplicatae adhibere velimus, numerus litterarum omnium, quae ob singulas lentes in calculum ingrediuntur, ita increfcit, ut molestum sit omnibus conditionibus quae ad perfectionem telescopiorum requiruntur, satisfacere.

§. 2. Ut igitur huic incommodo occurramus, maxime est optandum, ut loco lentis siue duplicatae triplicatae, una lens tantum simplex in calculum induci possit, quae omni respectu illius vicem gerat, atque eundem plane effectum producat; facile autem

DE
— 224 (0) —
DE

prodit
lensis,
quod
maior
dupli-
volue-
mittere,
l.

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

autem intelligitur talem lentem, simplicem per se semper esse impossibilem, quandoquidem si talem lentem construere liceret, non opus foret ad lentes compositas confugere. Verum nihil impedit, quo minus lente adeo imaginaria in calculo utamur, dummodo easdem proprietates inuoluat, qua lentes compositae sunt affectae, quandoquidem, calculo absoluto, id quod erat imaginarium, iterum inde eliditur: Hunc in finem sequens Problema resoluendum suscipio.

Problema.

§. 3. *Proposita lente obiectiua, siue duplicata, siue triplicata, inuenire lentem simplicem etsi imaginariam, ex data vitri specie confectam, quae omni respectu in compositione telescopii eundem plane effectum esset proditura, et quam idcirco tanquam lentem vicariam spectare liceat.*

§. 4. Primo igitur lentem triplicatam qua vii voluerimus, secundum omnes circumstantias accurate describamus, quae ergo composita sit ex tribus lentibus P P, Q Q, R R, quarum prima P P et tertia R R ex vitro coronario, media vero Q Q ex vitro crystallino sit parata, et quae, obiectorum infinite quasi remotorum imaginem, inuersam I η repraesentet; vocemus igitur distantiam huius imaginis $c I = \Pi$, quae ergo est distantia focalis ipsius lentis triplicatae, tum vero sit primae P P distantia focalis $= p$, secundae lentis Q Q $= q$ et tertiae R R $= r$; praeterea vero sint intervalla, quibus cen-

Tab. IV.
Fig. 1.

tra harum lentium a se inuicem sunt remota $ab = bc = \frac{\Pi}{k}$, quod intervallum supra statuimus $= \frac{1}{4} q$; tum vero sit semidiameter aperturæ primae harum lentium $ax = x$, sitque Ex radius a centro obiecti per extremitatem lentium transiens, qui ergo post triplicem refractionem in centrum imaginis I pertingat, postquam secundam lentem in x' , tertiam autem in x'' traiecerat; ponamus autem semidiametrum aperturæ secundae lentis $bx' = x$, tertiae vero $cx'' = x''$; quod autem ad figuram singularum lentium attinet, eam deinceps ita assumemus, quemadmodum pro quavis specie in precedentibus dissertationibus determinauimus.

§. 5. Praeterea vero meminisse oportet, si, uti in Dioptrica est factum, distantiae determinatrices harum lentium vocentur a et α pro prima lente P P, pro secunda lente b et β et pro tertia lente c et γ , tum fore $a = \infty$ et $\gamma = \Pi$, atque notentur sequentes aequationes,

$$a = p, \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{q} \quad \text{et} \quad \frac{1}{c} + \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$$

tum vero ob intervalla data

$$a + b = \frac{\Pi}{k} \quad \text{et} \quad \beta + c = \frac{\Pi}{k},$$

etiam considerentur istae quantitates deriuatae

$$P = -\frac{a}{p} \quad \text{et} \quad Q = -\frac{\beta}{q} \quad \text{porro} \quad \frac{c}{\beta} = B \quad \text{et} \quad \frac{\gamma}{r} = C$$

vnde formatae sunt istae

$$B = \frac{b}{c + b} \quad \text{et} \quad C = \frac{c}{r + c}$$

Tom. XVIII. Nou. Comm.

G g g

ex

ex quibus deduximus

$$p = a, q = \mathfrak{B}b \text{ et } r = \mathfrak{C}c.$$

§. 6. Sit nunc $\Pi \Pi$ lens illa simplex vicaria, ad speciem vitri coronariam referenda, quae omni respectu eundem effectum producat atque illa lens triplicata, ac primo quidem statuamus istius lentis distantiam focalem $e l = \Phi$, eique tribuamus aper-

Tab. IV.

Fig. 2. turam cuius semidiameter $e X = X$, ita, ut radius a centro obiecti emanans $E X$, per extremitatem huius lentis transiens, cum axe concurrat in ipso puncto l ; tum vero pro indole huius lentis sit numerus arbitrarius, ex quo haec lens formari deberet $= \Lambda$, qui cum aequalis sit 0, vel adeo valorem habeat negativum, in causa est cur haec lens sit imaginaria: quandoquidem talem lentem actu efficere non licet, nisi hic numerus arbitrarius sit positivus, et unitate maior. At vero pro singulis lentibus lentis triplicatae, sint similes numeri arbitrarii λ, λ' et λ'' , quos utique unitatem superare oportet; cum iam haec lens vicaria istis tribus elementis, primo distantia focali Φ , secundo semidiametro X et tertio numero arbitrario Λ penitus determinetur; nostra quaestio huc reducitur: quemadmodum haec tria elementa Φ, X et Λ ex superioribus elementis, quibus lens triplicata definitur, determinari oporteat, ut in compositione cum reliquis lentibus, quodcumque etiam adiungere visum fuerit, eundem plane effectum esset praestatura.

§. 7.

§. 7. Hunc in finem ante omnia requiri manifestum est, ut imago $I \eta$, per lentem vicariam representata, eandem prorsus habeat magnitudinem, quam imago per lentem triplicatam representata; at si semidiametrum apparentem obiecti vocemus $= \Phi$, semidiameter imaginis per lentem vicariam representatae erit $I \eta = \Phi \Phi$. Verum semidiameter imaginis per lentem triplicatam exhibita erit

$$= a \frac{e}{b} \cdot \frac{\gamma}{\phi} \Phi = \frac{e}{b} \cdot \frac{\gamma}{\phi} \gamma \Phi.$$

Quia ergo est

$$\frac{e}{b} = -P; \quad \frac{e}{\phi} = -Q \text{ et } \gamma = \Pi,$$

haec quantitas erit $P Q \Pi \Phi$, cui ergo illa $\Phi \Phi$ debet esse aequalis, unde colligimus esse debere $\Phi = P Q \Pi$, quae est prima conditio pro lente vicaria requisita, unde patet; lentem vicariam non in ipsum locum lentis triplicatae substitui posse, sed cum locus primae imaginis $I \eta$ respectu sequentium lentium fuerit definitus, lentem vicariam ante hanc imaginem, ad distantiam $e l = \Pi Q P$ constitui concipiendum est.

§. 8. Prima hac conditione expedita porro efficiendum est, ut utroque casu extremi radii per lentes transmissi cum axe in l eundem angulum constituent, quandoquidem per hunc angulum apertura sequentium lentium, atque adeo campus apparens determinatur. Cum igitur pro lente triplata, tangens huius anguli $C l x''$ sit $= \frac{x''}{\Pi}$ pro lente autem vicaria huius anguli tangens sit $= \frac{x}{\Phi} = \frac{x}{P Q \Pi}$ necesse

G g g 2

est

est. vt fiat $X = x'' P Q$. Cum igitur sit $a b = \frac{\pi}{k}$ erit primo

$$x' = x - \frac{\pi}{a k} = x \left(1 - \frac{\pi}{a k}\right).$$

Hincque porro simili modo

$$x'' = x' \left(1 - \frac{\pi}{e k}\right)$$

quam ob rem habebimus

$$x'' = x' \left(1 - \frac{\pi}{a k}\right) \left(1 - \frac{\pi}{e k}\right) = x \left(1 - \frac{\pi}{k} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{e}\right) + \frac{\pi^2}{a e k k}\right)$$

vnde per formulas supra datas colligitur

$$x'' = x \left(\frac{13}{12} + \frac{25 q}{144 p}\right).$$

posito $\frac{\pi}{k} = -\frac{1}{12} q$ quia scilicet q est quantitas negativa, consequenter pro lente vicaria habebimus

$$X = P Q x \left(\frac{13}{12} + \frac{25 q}{144 p}\right)$$

haecque est secunda conditio pro determinatione lentis vicariae.

§. 9. Praecipua autem conditio adimplenda in hoc consistit, vt lens vicaria in calculo confusiois eubdem plane obtineat valorem, quem pro lente triplicata inuenimus; supra quidem tantum formulis vsi sumus. quibus haec confusio erat proportionalis, quia hoc ad propositum nostrum sufficebat; nunc autem veram expressionem pro semidiametro confusiois considerare debemus. In dioptrica autem per semidiametro confusiois quatenus ad nostram lentem triplicatam refertur, dum ad multiplicationem m producendam adhi-

adhibetur, semidiameter confusiois reperitur expressus

$$\frac{\mu m x^2}{p^2} \left(\lambda - \frac{\mu'}{\mu p} \left(\frac{\lambda'}{b^2} + \frac{v}{b^2 b} \right) + \frac{v^2}{b^2 p^2} \left(\frac{\lambda'}{c^2} + \frac{v}{c^2 c} \right) \right)$$

quae formula si ad nostram lentem referatur dabit semidiametrum confusiois

$$\frac{\mu m x^2}{p^2} \Lambda$$

quare vt confusio vtrinque fiat eadem, necesse est vt sit

$$\Lambda = \frac{\Phi^2 x^2}{p^2 X^2} (\lambda - \text{etc.})$$

vbi simul adiungendi sunt termini λ' et λ'' inuolventes: quod si ergo loco Φ et X valores inuentos substituamus, reperiemus

$$\Lambda = \frac{\Pi^2}{p^2 \left(\frac{13}{12} + \frac{25 q}{144 p} \right)^2} (\lambda - \text{etc.})$$

in hac ergo formula etiam tertia conditio continetur, qua lens nostra vicaria penitus determinatur, atque pro quouis telescopiorum genere loco lentis triplicatae in calculum introduci potest, vnde ad sequens Problema principale progredimur.

Problema.

§. 10. Pro quouis telescopiorum genere, lentem triplicatam loco obiectivae adhibendam, ita determinare, vt omnis plane confusio a lentium apertura oriunda prorsus destruat,ur.

Gg 3 a

Solutio.

Solutio.

§. 11. Loco lentis obiectivae triplicatae, in computum introducatur lens obiectiva simplex vicaria modo determinata, quasi ex vitro coronario esset parata, et tum ex data multiplicatione $= m$ et elementis huius lentis vicariae, quae sunt ΦX et Δ , secundum praecepta in *Dioptrica* data, colligantur sequentium lentium omnium confusiones, unde prodeat semidiameter confusionis totalis

$$= \frac{\mu m X^2}{\Phi^2} (\Delta + \Omega)$$

ita ut Ω contineat formulas pro reliquis lentibus confusionem exhibentes; quo facto omnis confusio penitus tollitur, si fiat $\Delta + \Omega = 0$ cum igitur sit

$$\Delta = \frac{\Pi^2}{p^2 \left(\frac{1}{15} + \frac{25q}{144p} \right)^2} (\lambda - [\lambda'] + [\lambda''])$$

ubi scilicet loco terminorum

$$\frac{\mu}{\mu F} \left(\frac{\lambda'}{\Phi^2} + \frac{\nu}{B \Phi} \right) \text{ et } \frac{1}{B F Q} \left(\frac{\lambda''}{\Phi^2} + \frac{\nu}{C \Phi} \right)$$

scribamus simpliciter

$$[\lambda'] \text{ et } [\lambda'']$$

tum vero sit etiam brevitatis gratia

$$\frac{\Pi^2}{p^2 \left(\frac{1}{15} + \frac{25q}{144p} \right)^2} = \Delta$$

ut habeamus

$$\Delta = \Delta (\lambda - [\lambda'] + [\lambda''])$$

sicque habebimus hanc aequationem adimplendam

$$\Delta (\lambda - [\lambda'] + [\lambda'']) + \Omega = 0 \text{ siue}$$

$$\lambda - [\lambda'] + [\lambda''] + \frac{\Omega}{\Delta} = 0.$$

Supra

Supra autem, ubi lentes triplicatas tractavimus, supposuimus confusionem a reliquis lentibus oriundam esse $= 0$ ita ut satisfaceri oporteret huic aequationi

$$\lambda - [\lambda'] + [\lambda''] + 0 = 0$$

qua aequatione cum illa comparata intelligimus esse $0 = \frac{\Omega}{\Delta}$; cum igitur quantitas Ω per praecepta dioptricae fuerit definita, determinationem lentis triplicatae obtinebimus per hanc formulam

$$\lambda = [\lambda'] - [\lambda''] - \frac{\Omega}{\Delta};$$

quo facto lentem triplicatam ante locum primae imaginis ad distantiam $= \Pi$ collocare oportebit.

§. 12. Quae igitur haecenus in genere exposuimus, ea tam ad lentes illas triplicatas, quas in superiore dissertatione descripsimus, quam ad lentem duplicatam in appendice descriptam, accommodemus; in ipsa autem illa dissertatione binas lentes triplicatas dedimus, alteram ex hypothesi $\Phi = \frac{1}{15}$, alteram vero ex hypothesi $\Phi = \frac{1}{12}$ deductam, unde tres casus nobis erunt evolvendi, quos ordine inverso pertractemus, et quomodo omnis generis telestropia optalia lentium obiectivarum ad summum perfectionis gradum perducere queant, ostendamus.

I. DE TELESCOPIIS

Lente obiectiva duplicata instruendis.

§. 13. Posita huius lentis duplicatae distantia focali $= \Pi$, prioris lentis quae ex vitro coronario est paranda distantia focalis inuenta est

$$p = 0,19835 \Pi,$$

quae

quae cum esse debeat vtrinque aequaliter conuexa, radius vtriusque faciei erit

$$= 0,21023 \Pi,$$

posterioris vero lentis crystallinae distantia focalis negativa assignata est

$$q = -0,4444 \Pi,$$

pro cuius constructione, si numerus arbitrarius eo pertinens inuentus fuerit $= \lambda'$, radium faciei anterioris esse oportet

$$= \frac{-0,4444 \Pi}{-0,4444 + \sqrt{\lambda' - 1}} = \frac{-0,50649 \Pi}{-0,51201 + \sqrt{\lambda' - 1}}$$

faciei autem posterioris

$$= \frac{-0,4444 \Pi}{2,2223 - \sqrt{\lambda' - 1}} = \frac{-0,50649 \Pi}{2,2223 - \sqrt{\lambda' - 1}}$$

distantia autem inter has binas lentes constituta est $0,01653 \Pi$. Quod si iam hac lente uti velimus ad multiplicationem $= m$ producendam, eam ad tantam aperturam recipiendam parari oportet, cuius semidiameter in facie anteriore sit $x = \frac{m}{32}$ digitorum vero obseruauimus, distantiam focalem capi posse $= \Pi = \frac{1}{2} m$ dig.

§. 14. Pro hac vero lente duplicata erat $P = \frac{11}{12}$, qui valor sufficit, dum duae tantum habeantur lentes, et hoc valore loco PQ uti conueniet. Tum vero pro semidiametro aperturae secundae lentis crystallinae erit

$$x' = x(1 - \frac{1}{12}) = \frac{11}{12} x,$$

ita ut iam loco formulae $\frac{11}{12} + \frac{25q}{144p}$ hic tantum $\frac{11}{12}$ scribi oporteat; praeterea vero pro confusione huius lentis

lentis obiectiuae, quam in praeceptis ante traditis hac formula $\lambda - [\lambda'] + [\lambda'']$ designauimus, nunc habebimus istum valorem

$$1,66429 - 0,77583 \lambda'.$$

§. 15. His de nostra lente duplicata definitis, in calculum pro telescopiis cuiusque generis loco istius lentis duplicatae, introducamus lentem simplicem ex vitro coronatio factam, cuius distantia focalis sit Φ et semidiameter aperturae $= X$, atque ex iis quae ante sunt demonstrata habebimus

$$\Phi = P \Pi = \frac{11}{12} \Pi = 0,6446 \Pi$$

tum vero

$$X = \frac{11}{12} \cdot \frac{11}{12} x = \frac{121}{144} x = 0,5909 x$$

denique hac lente obiectiua simplici in calculum introducta colligantur singularum lentium reliquarum confusiones, secundum formulas in dioptrica traditas, sitque earum confusio $= \Omega$ et cum debeat esse

$$\lambda - [\lambda'] + [\lambda''] \frac{\Omega}{\Delta} = 0 \text{ ob } \Delta = \left(\frac{11}{12}\right)^2 p^2 \text{ erit}$$

$$\sqrt{\Delta} = \frac{12}{11} \frac{\Pi}{p} = \frac{11}{2,2223}$$

vnde fit

$$I \Delta = 2,22230692 \text{ hincque } I \frac{1}{\Delta} = 7,7789308$$

ergo

$$\frac{1}{\Delta} = 0,00601$$

sicque aequatio pro confusione tollenda erit

$$1,66429 - 0,77583 \lambda' + 0,00601 \Omega = 0$$

Tom. XVIII. Nou. Comm.

H h h

vnde

unde reperitur

$$\lambda = \frac{1,06429 + 0,00001 \Pi}{0,77513} = 2,14520 + 0,00775 \Pi.$$

Nunc igitur ex hoc valore λ' , lens posterior crystallina construatur, quo facto lens ista duplicata ante imaginem collocetur ad distantiam $= \Pi$, manentibus reliquis lentibus uti fuerint determinatae, et telescopium erit perfectum.

II. DE TELESCOPIIS

Lente triplicata obiectiua posteriore instruendi.

§. 16. Posita huius lentis triplicatae distantia focali $= \Pi$, primae lentis ex vitro coronario parandae distantia focalis assignata est

$$p = 0,40663 \Pi,$$

cuius si numerus arbitrarius sit $= \lambda$, constructio ita se habet

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{0,47950 \Pi}{1,79442 - \sqrt{\lambda} - 1}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{0,43950 \Pi}{0,14192 + \sqrt{\lambda} - 1}$$

Lens vero secunda crystallina distantiam focalem habet

$$q = -0,27109 \Pi,$$

quae cum esse debeat vtrunque aequaliter concava, vtriusque faciei radius erit $= -0,31446 \Pi$; tertiae denique lentis iterum coronariae distantia focalis erat $= 0,48567 \Pi$, quae cum sit etiam vtrunque aequaliter convexa, radius vtriusque faciei erit $0,51483 \Pi$;

tum

tum vero distantia, tam a prima lente ad secundam, quam a secunda ad tertiam constituta est $= 0,02260 \Pi$; quod si iam haec lens adhiberi debeat ad multiplicationem $= m$ producendam, semidiameter aperturae in prima lente debet esse $x = \frac{m}{4}$ dig. tum vero capi poterit distantia focalis $\Pi = \frac{m}{4}$ dig.

§. 17. Pro hac porro lente triplicata inuenimus fore

$$PQ = \frac{116}{109} \text{ et } IPQ = 0,0143075$$

deinde pro calculo sequente notetur esse

$$I \frac{\Pi}{p} = 0,3908021,$$

tum vero pro formula

$$\frac{116}{109} + \frac{116q}{109p} \text{ reperitur } \frac{116q}{109p} = -0,11574$$

unde fit

$$\frac{116}{109} + \frac{116q}{109p} = 0,96759.$$

Cum porro sit

$$\sqrt{\Delta} = \frac{\Pi}{p \left(\frac{116}{109} + \frac{116q}{109p} \right)} \text{ erit } I \sqrt{\Delta} = 0,4051107$$

hinc

$$I \Delta = 1,2153321 \text{ et } I \Delta = 8,7846679 \text{ ergo } \Delta = 0,06091.$$

§. 18. In calculo igitur, pro telescopiis cuiusque generis, loco lentis nostrae triplicatae, me te saltem substituatur lens simplex coronaria, cuius distantia focalis sit Φ , et semidiameter aperturae $= X$, eritque uti supra ostendimus

$$\Phi = PQ\Pi = 1,03349 \Pi \text{ et } X = 0,99999 x.$$

H h h 2

Hinc

Hinc pro reliquis lentibus computentur confusiones, quarum summa sit $= \Omega$, et quia confusio ex lente triplicata oriunda inuenta est $\lambda - 2, 2191$, ut omnis confusio tollatur huic aequationi est satisfaciendum:

$$\lambda - 2, 2191 + 0, 06091 \Omega = 0,$$

unde reperitur

$$\lambda = 2, 2191 - 0, 06091 \Omega,$$

quo valore iquento prima lens erit perfecte determinata; tantum igitur superest, ut tota lens triplicata ante primam imaginem ad distantiam $= \Pi$ constitua-ur.

III. DE TELESCOPIIS

Lente obiectiua triplicata priori instruendis.

§. 18. Primae lentis ex vitro coronario parandae distantia focalis est

$$p = 0, 44550 \Pi,$$

enī si consentiat numerus arbitrarius λ

$$\text{Radius faciei anterioris esto } = \frac{0, 48154 \Pi}{1, 79142 - \sqrt{\lambda}} \text{ et}$$

$$\text{Radius faciei posterioris } = \frac{0, 48154 \Pi}{0, 24452 + \sqrt{\lambda}}.$$

secundae autem lentis distantia focalis debet esse $q = 0, 27184$, quae cum effici debeat utrinque aequaliter concava, radius utriusque faciei capiatur $= -0, 31532 \Pi$.

Tertiae autem lentis iterum coronariae atque aequaliter utrinque convexae distantia focalis assignata est

$$r = 0, 44042 \Pi$$

et

et radius utriusque faciei

$$= 0, 46684 \Pi;$$

tum vero intervalla inter bina harum lentium constituta sunt

$$= 0, 02265 \Pi,$$

quae scilicet intervalla a puncto medio seu centro cuiusque lentis sunt sumenda. Quod si iam haec lens ad multiplicationem $= m$ producendam adhibeatur, eius aperiurae semidiameter erit $x = \frac{m}{3}$ dig., distantia autem eius focalis sumi poterit $\frac{\Pi}{2}$ digitor; Confusio vero huic lenti triplicatae conveniens reperta est

$$= \lambda - 2, 50862.$$

§. 19. Pro hac porro lente erat

$$PQ = 0, 0099272$$

deinde vero colligitur

$$\frac{25q}{144p} = \frac{q}{5, 76p} = -0, 10593$$

unde fit formula

$$\frac{13}{12} + \frac{25q}{144p} = 0, 97740;$$

cum postea sit

$$l \frac{\Pi}{p} = 0, 3511328 \text{ et } l \sqrt{\Delta} = 0, 3610605$$

ideoque

$$l \Delta = 1, 0831815, l \Delta = 8, 9168185 \text{ et } l \Delta = 0, 08257.$$

§. 20. Iam in calculo telescopiorum, loco huius lentis triplicatae, mente saltem substituaturs lens coronaria simplex, cuius distantia focalis sit $= \Phi$ et semidiameter aperturæ $= X$, eritque uti supra demonstravimus

$$\Phi = PQ\Pi = 1,02311\Pi \text{ et } X = 1,0000x$$

ita ut sit $X = x$; quo facto reliquarum lentium confusiones colligantur, quarum summa si ponatur $= \Omega$, tota confusio censenda erit

$$= \lambda - 2,50862 + 0,08257\Omega,$$

quæ, ergo penitus destruetur si capiatur

$$\lambda = 2,50862 - 0,08257\Omega$$

vnde prima lens iam penitus erit determinata et construi poterit.

§. 21. Coeterum quia in Dioptrica formulæ pro confusione lentium variis modis sunt representatae, dum factor communis alio atque alio modo assumitur, hic iis formulis erit utendum quæ hac forma sunt exhibitæ

$$\lambda - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda'}{AB} + \frac{\lambda''}{B\Phi} \right) + \text{etc.}$$

cuius scilicet primum membrum est simpliciter numerus λ , primæ lenti obiectivæ respondens. Beneficio igitur horum præceptorum, omnia telescopiorum genera in Dioptrica pertractata, ad summum perfectionis gradum reduci poterunt. Hunc in finem autem eas tantum species adhiberi conveniet,

in

in quibus lens obiectiva simplex est usurpata, quandoquidem hic lentes compolitas ad simplicem vicariam reducere docuimus. Denique circumstantia hic se offert notatu maxime digna: quod confusio a requis lentibus nata Ω , in nostris formulis valde exiguum obtinuerit coefficientem, vnde intelligitur, ob lentes sequentes, constructionem lentis obiectivæ suæ duplicatae siue triplicatae parum immutari.

DE
PERFECTIONE
TELESCOPIORVM PRIMI GENERIS
NULLAM IMAGINEM REALEM
CONTINENTIVM.

Auctore

L. EULER O.

§. I.

Hic igitur contemplemur simplicissimam speciem horum telescopiorum, in Dioptricae tomo secundo, pagina 73^a descriptam; quae tantum duabus lentibus constat, priore obiectiva, cuius distantia focalis ibi ponitur $= p$, altera oculari concava cuius distantia focalis est $= q$, vbi pro data multiplicatione $= m$ debet esse $q = -\frac{p}{m}$, distantia autem harum lentium $= (\frac{m-1}{m})p$; Tum vero oculum lenti oculari immediate applicari oportet, ut maximum campum apparentem contueatur, cuius semidiameter erit $\Phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p}$, denotante ω semidiametrum pupillae, qui cum aestimari solet $= \frac{1}{2}$ dig., distantiam focalem lenti ocularis minorem statui non licet quam $\frac{1}{2}$ dig. vel ad summum $\frac{1}{3}$ dig.

§. 2. Hic igitur lens obiectiva uti est simplex, nobis vicem gerat lentis perfectae, siue duplicatae, siue

siue triplicatae, quales supra descripsimus; sicque p denotat id, quod ibi vocauimus Φ , quemadmodum X designat semidiametrum aperturæ istius lentis obiectivæ vicariæ, pro qua supra numerum arbitrium posuimus $= \Lambda$, quo autem non amplius opus erit, quando eius loco lentem siue duplicatam siue triplicatam substituemus. His igitur praenotatis, veramque lentem tanquam ex eadem vitri specie paratam spectamus, quæ sit coronaria.

§. 3. Sit iam numerus arbitrarius lenti oculari respondens λ' , et quia hanc lentem vtrinque aequaliter concavam fieri conuenit, ut maximam aperturam admittat, erit $\sqrt{\lambda' - 1} = (\frac{m-1}{m}) (\frac{1}{2})$, vnde colligitur numerus $\lambda' = 1,66024$. Hinc autem ob $\mu' = \mu$ formula pro confusione inuenta est $\frac{\mu \cdot m \cdot x'}{p} (\Lambda - \frac{\lambda'}{m})$, vnde cum supra ad confusionem, ex omnibus lentibus natam, designandam, exhibuerimus hanc formulam $\Lambda + \Omega$, erit nostro casu

$$\Omega = -\frac{\lambda'}{m} = -\frac{1,66024}{m}$$

vnde prout alia atque alia lens obiectiva composita in usum vocatur, constructio totius telescopii omnino determinatur, dummodo semidiameter aperturæ X siue x , vna cum distantia focali Π , ita accipiat, ut multiplicatio m postulat. Pro ternis igitur lentibus perfectis, quæ supra sunt descriptæ, tres casus euoluamus.

CASVS PRIMVS

quo pro lente obiectiua accipitur lens duplicata supra descripta.

§. 4. Pro data igitur multiplicatione m primo accipiatur

$x = \frac{m}{10}$ dig. et $\Pi = \frac{1}{3} m$ dig.,
quibus valoribus constitutis erit

$$\Phi = 0,6446 \Pi = p,$$

vnde colligitur

$$q = -\frac{0,6446 \Pi}{m},$$

tum vero quia imago realis post lentem hanc obiectiuam cadit; ad distantiam $= \Pi$, lens ocularis autem ad distantiam

$$= 0,6446 \frac{\Pi}{m}$$

erit distantia inter lentem obiectiuam et ocularem

$$= \Pi \left(1 - \frac{0,6446}{m}\right)$$

quae erit longitudo telescopii; deinde vero ob

$$\Omega = -\frac{1,6408}{m}$$

pro constructione lentis crystallinae habebimus numerum arbitrarium

$$\lambda' = 2,14520 - \frac{0,00775 \cdot 1,6408}{m} \text{ siue } \lambda' = 2,14520 - \frac{0,01260}{m}.$$

Praeterea vero etiam notetur esse $X = 0,5909 x$.

§. 5. Nunc igitur constructio lentis obiectiuae duplicatae ita se habebit.

1°. Prior

1°. Prior eius lens ex vitro coronario paranda, distantiam focalem habeat $= 0,19835 \Pi$, radium vero vtriusque faciei conuexae $= 0,21023 \Pi$.

2°. A medio huius lentis ad lentem sequentem statuatur interuallum $= 0,01653 \Pi$.

3°. Lentis porro crystallinae concavae, distantia focalis assignata est $= -0,4444 \Pi$ et pro eius constructione

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{-0,50649 \Pi}{-0,51202 + \sqrt{\lambda' - 1}}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{-0,50649 \Pi}{2,52168 - \sqrt{\lambda' - 1}}$$

Existente $\lambda' = 2,14520 - \frac{0,01260}{m}$.

4°. Post hanc lentem, ad distantiam $\Pi \left(1 - \frac{0,6446}{m}\right)$ statuatur lens ocularis coronaria concava, cuius distantia focalis $= -0,6446 \frac{\Pi}{m}$ et radius vtriusque faciei $= -0,6833 \frac{\Pi}{m}$, cui oculum immediate applicari oportet.

5°. Tum vero pro semidiametro campi apparentis erit $\Phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{0,6446 \Pi}$, vbi ω est circiter $\frac{1}{3}$ dig. quae expressio, cum ad radium referatur, multiplicari debet per numerum 3437, ut reperiantur minuta prima.

6°. Quod ad aperturas attinet, lenti oculari quidem maxima tribuitur, quam capere potest. At pro lente obiectiua dubium nasci potest, vtrum capi debeat $x = \frac{m}{10}$ dig. an $X = \frac{m}{10}$ dig. quia inter X et x tam insigne discrimen intercedit, utique autem praestabit sumfisse $X = \frac{m}{10}$, vnde fit $x = \frac{X}{0,69} = \frac{m}{10}$. Tum

III 2

) autem

antem quantitas Π in eadem ratione 3 : 5 erit augenda, ita ut fiat $\Pi = \frac{3}{5} m$; hoc enim modo vera maior claritatis gradus obtinebitur. Hinc igitur unicuique exemplam computemus.

Exemplum.

§. 6. Sit primo multiplicatio $m = 5$, capiatur ergo $x = \frac{1}{5}$ dig. et $\Pi = \frac{3}{5}$, seu proxime $\Pi = 3$ dig. tum erit $\lambda' = 2,14272$ hinc

$$\lambda' - 1 = 1,14272 \text{ et } \sqrt{\lambda' - 1} = 1,069$$

vnde constructio huius telescopii sequenti modo se habebit.

1°. Prior eius lens ex vitro coronario paranda distantiam focalem habeat $= 0,595$ dig. radium utriusque faciei $= 0,631$ dig. et semidiametrum aperturæ $= \frac{1}{2}$ dig.

2°. A medio huius lentis usque ad medium sequentis, statuatur intervallum $= 0,059$ digit.

3°. Lentis porro crystallinae concavae, distantia focalis assignata est $= -1,3333$ dig.

$$\text{Radius faciei anterioris} = -\frac{1,519}{0,557} = -2,727 \text{ dig. et}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = -\frac{1,519}{1,2455} = -1,037 \text{ dig.}$$

4°. Post hanc lentem, ad distantiam 2,613 dig. statuatur lens ocularis coronaria concava, cuius distantia focalis $= -0,387$ dig. et radius utriusque faciei $= -0,410$ digit. cui oculum immediate applicari oportet.

5°.

5°. Tum vero pro semidiametro campi adparentis erit $\Phi = \frac{1417}{22} = 111$ minut.

CAPITULUM SECVNDVM

quo pro lente obiectiva accipitur lens multiplicata, priore loco descripta.

§. 7. Pro data igitur multiplicatione m , accipiat

$$x = \frac{m}{25} \text{ et } \Pi = \frac{m}{2} \text{ dig.}$$

quibus valoribus constitutis erit

$$\Phi = 1,03349 \Pi = p, \text{ et } X = 1,00x, \text{ siue } X = x \text{ porro colligitur}$$

$$q = -1,03349 \frac{m}{2}$$

vnde distantia inter lentem obiectivam et ocularem erit

$$= \Pi \left(1 - \frac{p \cdot 0,5319}{m}\right); \text{ deinde ob } \Omega = -\frac{1,5068}{m} \text{ erit}$$

$$\lambda = 2,2191 + \frac{0,0609 - 1,26003}{m} \text{ siue } \lambda = 2,2191 + \frac{0,0773}{m}$$

§. 8. Nunc igitur constructio, tam lentis obiectivae triplicatae, quam totius telescopii ita se habebit.

1°. Primae lentis ex vitro coronario parandae, distantia focalis debet esse $= 0,40663 \Pi$, et ex numero λ modo invento ita formari debet ista lens, ut sit

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{0,43950 \Pi}{1,73412 - \sqrt{\lambda} - 1}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{0,43950 \Pi}{0,24402 - \sqrt{\lambda} - 1}$$

I i 3

2°. A

2°. A medio huius lentis vsque ad medium secundae, statuatur intervallum $= 0,02260 \Pi$.

3°. Secundum locum obtinet lens crystallina, vtrinque aequae concavae, cuius distantia focalis est

$$\text{Radius vtriusque faciei} = -0,31446 \Pi.$$

4°. Ab huius medio vsque ad medium tertiae, iterum statuatur intervallum $= 0,02260 \Pi$.

5°. Tertiae vero lentis ex vitro coronario, et vtrinque aequae convexae parandae distantia focalis debet esse $= 0,48567 \Pi$ et

$$\text{Radius vtriusque faciei} = 0,51483 \Pi.$$

6°. Ab hac lente vsque ad lentem ocularem statuatur intervallum $= \Pi (1 - \frac{1,03149}{m})$.

7°. At lens haec ocularis, ex vitro coronario, et aequaliter vtrinque concava paranda, habeat distantiam focalem $= -1,0335 \frac{\Pi}{m}$ et radium vtriusque faciei $= -1,1136 \frac{\Pi}{m}$.

8°. Tum vero pro semidiametro campi apparentis erit $\Phi = \frac{m}{m-1} (\frac{\omega}{1,03149 \Pi})$ existente ω circiter $= \frac{1}{30}$ dig. qui, sumto igitur $\omega = \frac{1}{30}$ et $\Pi = \frac{m}{7}$ dig. in minutis primis ita exprimitur, ut sit $\Phi = \frac{665}{m-1}$ min. unde sequentia exempla evoluamus.

Exemplum primum.

§. 8. Incipiamus a multiplicatione $m = 10$, et sumto semidiametro aperturæ in lente obiectiva

$$x = \frac{m}{10} = \frac{1}{10} \text{ dig.} = 0,200 \text{ dig.}$$

et

et distantia focali

$$\Pi = \frac{m}{7} = 2,500 \text{ dig. erit } \lambda = 2,2288$$

$$\text{et } \sqrt{\lambda - 1} = 1,108$$

unde constructio telescopii ita se habebit.

1°. Primae lentis ex vitro coronario parandae, distantia focalis debet esse $= 1,016$ dig. tum vero

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{1,000}{0,640} = 1,603 \text{ dig.}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{1,000}{1,331} = 0,813 \text{ dig.}$$

2°. A medio huius lentis vsque ad medium secundae, statuatur intervallum $= 0,056$ dig.

3°. Secundum locum tenet lens crystallina, vtrinque aequae concavae, cuius distantia focalis est $= -0,678$ dig. et

$$\text{Radius vtriusque faciei} = -0,786 \text{ digit.}$$

4°. Ab huius lentis medio, ad medium tertiae statuatur iterum intervallum $= 0,056$ digit.

5°. Tertiae vero lentis ex vitro coronario, et vtrinque aequae convexae parandae, distantia focalis debet esse $= 1,214$ dig. et

$$\text{Radius vtriusque faciei} = 1,287 \text{ dig.}$$

6°. Ab hac lente vsque ad lentem ocularem, statuatur intervallum $= 2,242$ dig.

7°. Haec lens ocularis ex vitro coronario et aequaliter vtrinque concava parari debet, ita ut sit distantia focalis $= -0,258$ dig. et

$$\text{Radius vtriusque faciei} = -0,278 \text{ dig.}$$

8°. Tum vero semidiameter campi apparentis

eis = 66 $\frac{1}{2}$ mir. coeterum campus apparens maxime est incertus, ob variationem pupillae.

Exemplum secundum.

§. 9 Sit iam multiplicatio $m = 20$, et sumto semidiametro aperturae in lente obiectiva

$$x = \frac{m}{10} = 0,400 \text{ dig.}$$

et distantia focali $\Pi = 5$. digit. erit

$\lambda = 2,2240$ ergo $\sqrt{\lambda - 1} = 1,1063$
unde constructio telescopii ita se habebit.

1°. Primae lentis ex vitro coronario parandae, distantia focalis debet esse = 2,033 digit., tum vero:

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{2,1975}{0,6841} \text{ dig.} = 3,193 \text{ dig.}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{2,1975}{1,3512} \text{ dig.} = 1,626 \text{ dig.}$$

2°. A medio huius lentis usque ad medium secundae, statuatur intervallum = 0,113 digit.

3°. Secundum locum obtinet lens crystallina, utrinque aequae concavae, cuius distantia focalis est = - 1,355 dig. et

$$\text{Radius utriusque faciei} = - 1,572 \text{ digit.}$$

4°. Ab huius medio, usque ad medium tertiae, statuatur intervallum = 0,113 digit.

5°. Tertiae vero lentis ex vitro coronario parandae et utrinque aequae convexae, distantia focalis debet esse = 2,428 dig. et

$$\text{Radius utriusque faciei} = 2,574.$$

6°. Ab

6°. Ab hac lente, usque ad lentem ocularem statuatur intervallum = 4,742 dig.

7°. Quae lens ocularis ex vitro coronario et aequaliter utrinque concava parari debet, ita ut distantia focalis = - 0,258 dig. et

$$\text{Radius utriusque faciei} = - 0,278 \text{ dig.}$$

8°. Tum vero semidiameter campi adparentis erit 35 min.

EVOLVTIO GENERALIS pro multiplicationibus maioribus.

§. 10. Pro multiplicatione quacunque = m , capiatur semidiameter aperturae $x = \frac{m}{25}$, et distantia focalis lentis triplicatae $\Pi = \frac{m}{4}$ dig. tum vero cum sit

$$\lambda = 2,2191 + \frac{0,0075}{m} \text{ erit}$$

$$\lambda - 1 = 1,2191 + \frac{0,0075}{m} = 1,2191 \left(1 + \frac{\frac{1}{25}}{m}\right)$$

hincque

$$\sqrt{\lambda - 1} = 1,1041 \left(1 + \frac{\frac{1}{25}}{m}\right) = 1,1041 + \frac{0,0041}{m}$$

hinc pro primae lentis facie anteriore erit denominator

$$= 0,6903 - \frac{0,0041}{m} = 0,6903 \left(1 - \frac{0,0041}{m}\right)$$

unde cum numerator sit 0,10987 m , erit radius faciei anterioris

$$= \frac{0,10987 \, m}{0,6903} \left(1 + \frac{0,0041}{m}\right) = 0,159163 \, m + 0,010;$$

simili modo pro facie posteriore erit denominator

$$1,3490 + \frac{0,0041}{m} = 1,3490 \left(1 + \frac{0,0041}{m}\right)$$

Tom. XVIII. Nou. Comm.

K k k

hinc

hinc ergo radius faciei posterioris erit

$$= \frac{0,10917 m}{1,1498} \left(1 - \frac{0,0328}{m}\right) = 0,081446 m - 0,003$$

quae particulae extremae iunctae tam sunt parvae ut in praxi prorsus sentiri nequeant.

CONSTRUCTIO TELESCOPIORVM

pro multiplicatione quacunque $= m$.

§. 11. Cum igitur hic sit $x = \frac{m}{2}$ et $\Pi = \frac{m}{2}$, constructio ista est exsequenda.

1°. Primae lentis ex vitro coronario parandae, distantia focalis debet esse $= 0,10166 m$ dig. et

Radius faciei Anterioris $= 0,159163 m + 0,010$ dig.
posterioris $= 0,081446 m - 0,003$ dig.

2°. A medio huius lentis vsque ad medium secundae, statuatur intervallum $= 0,00565 m$ dig.

3°. Secundum locum tenet lens crystallina, vtriusque aequaliter concava, cuius distantia focalis debet esse $= -0,0678 m$ et

Radius vtriusque faciei $= -0,07861 m$ dig.

4°. Iterum statuatur distantia inter hanc lentem et sequentem $= 0,00565 m$ dig.

5°. Tertiae lentis ex vitro coronario, et vtriusque aequaliter convexe parandae, distantia focalis esse debet $= 0,12142 m$ dig. et

Radius vtriusque faciei $= 0,12871 m$ dig.

6°. Ab huius lentis medio, vsque ad lentem ocularem statuatur intervallum

$$= \frac{m}{2} \left(1 - \frac{0,0328}{m}\right) = \frac{m}{2} - 0,0164 \text{ dig.}$$

7°. At

7°. At haec lens ocularis, ex vitro coronario et aequaliter vtriusque concava paranda, habeat distantiam focalem $= -0,258$ dig. et

Radius vtriusque faciei $= -0,278$ dig.

8°. Tum vero erit semidiameter campi visi $= \frac{665}{m}$ min.

Exemplum

pro multiplicatione $m = 200$.

§. 12. Cum sit $x = 4$ dig. et $\Pi = 50$ dig. haec constructio obtinetur.

1°. Pro prima lente, ex vitro coronario paranda debet esse distantia focalis $= 20,332$ dig.

Radius faciei Anterioris $= 31,842$ dig.
posterioris $= 16,293$ dig.

2°. A medio huius lentis vsque ad medium secundae statuatur intervallum $= 1,130$ dig.

3°. Secundum locum tenet lens crystallina vtriusque aequaliter concava, cuius distantia focalis esse debet $= -12,560$ dig. et

Radius vtriusque faciei $= -15,722$.

4°. Statuatur iterum, distantia inter hanc lentem et sequentem $= 1,130$ dig.

5°. Tertiae lentis ex vitro coronario et vtriusque aequaliter convexe parandae, distantia focalis esse debet $= 24,284$ dig.

Radius vtriusque faciei $= 25,742$ dig.

6°. Ab hac lente usque ad ocularem, intervallum = 49,742 dig.

7°. At haec lens ocularis, ex vitro coronario et aequaliter vtrunque concava paranda, habeat distantiam focalem = -0,258 dig. et

Radium vtriusque faciei = -0,278.

8°. Tum vero semidiameter campi apparentis = 3'. 20^u.

CASVS TERTIVS

quo pro lente obiectiva accipitur lens triplicata *tertio loco descripta*.

§. 13. Pro data multiplicatione m accipitur $x = \frac{m}{10}$ et $\Pi = \frac{m}{7}$ dig. quibus valoribus constitutis erit

$$\Phi = 1,02311 \Pi = p \text{ et } X = x$$

porro colligitur

$$q = -1,02311 \frac{\Pi}{m}$$

vnde distantia inter lentem obiectivam et ocularem erit

$$= \Pi \left(1 - \frac{1,02311}{m} \right)$$

deinde ob

$$\Omega = -\frac{1,6002}{m} \text{ erit } \lambda = 2,50862 + \frac{0,02227 \cdot 1,6002}{m}$$

$$\text{siue } \lambda = 2,50862 + \frac{0,13312}{m}$$

Quoniam autem in casu precedente vidimus, ob hanc partem posteriorem, constructionem lentis vix ullam muta-

mutationem subire, quaequidem in praxi observari queat, hic eam statim negligamus, ut sit

$$\lambda = 2,50862, \text{ ideoque}$$

$$\lambda - 1 = 1,50862 \text{ et } \sqrt{\lambda - 1} = 1,2282$$

vnde pro prima lente habebimus

$$\text{Radium faciei anterioris} = \frac{0,48154 \Pi}{0,1662} = 0,85048 \Pi$$

$$\text{Radium faciei posterioris} = \frac{0,48154 \Pi}{1,4731} = 0,32689 \Pi$$

Lentis secundae crystallinae concavae, distantia focalis = 0,27184 Π et

$$\text{Radius vtriusque faciei} = -0,31532 \Pi;$$

lentis vero tertiae coronariae vtrunque aequae convexae, distantia focalis est = 0,44042 Π et

$$\text{Radius vtriusque faciei} = 0,46684 \Pi;$$

distantiae autem inter binas harum lentium sunt = 0,02265 Π ; tum vero erit semidiameter campi adparentis = $\frac{m}{1,02311 \Pi}$ et sumto $\omega = \frac{1}{10}$ dig. et $\Pi = \frac{m}{7}$ erit is, in minutis primis expressus = $\frac{9,8437}{46m}$ = $\frac{672,45}{m}$ min.

CONSTRUCTIO GENERALIS

horum Telescopiorum pro quacunque multiplicatione = m .

§. 14. Tribuatur igitur lenti obiectivae apertura, cuius semidiameter = $\frac{m}{10}$ dig. et sumatur $\Pi = \frac{m}{7}$ dig. tum vero pro prima lente adiungantur particulae minimae absolutae, pro precedenti casu inuentae.

K k k 3

1°. Primae lentis coronariae, cuius distantia focalis
 $= 0,11138 m$ dig.

Radius faciei
 anterioris $= 0,21262 m + 0,010$ dig.
 posterioris $= 0,08172 m - 0,003$ dig.

2°. A medio huius lentis, vsque ad medium secundae statuatur intervallum $= 0,00564 m$ dig.

3°. Secundae lentis crystallinae, vtrunque aequae concavae, distantia focalis $= -0,06796 m$ dig. et

Radius vtriusque faciei $= -0,07583 m$.

4°. A medio huius lentis, ad medium sequentis intervallum $= 0,00564 m$ dig.

5°. Tertiae lentis coronariae, vtrunque aequae convexae distantia focalis debet esse $= 0,11011 m$ dig. et

Radius vtriusque faciei $= 0,11671 m$ dig.

6°. Hinc vsque ad lentem ocularem statuatur intervallum $= 0,250 m - 0,256$ dig.

7°. Lentis autem ocularis, vtrunque aequae concavae distantia focalis $= -0,256$ et

Radius vtriusque faciei $= -0,271$ dig.

8°. Semidiameter campi adparentis $= \frac{6,7245}{m} \text{ min.}$

§. 15. In his autem telescopiis primi generis non licuit marginem coloratum penitus destruere; quanquam enim lens obiectiva est perfecta, ideoque nullam confusionem, ob diuersam radiorum refractionem producit, tamen lens ocularis exigua quandam confu-

confusionem huius generis generare debet, quae autem plerumque vix percipi poterit; interim tamen id telescopiorum genus hoc defectu etiam laborat, quod campus apparens multo minor sit, quam in sequentibus generibus, unde vix consilium videtur; huiusmodi telescopia, praecipue pro maioribus multiplicationibus conficere. Nostras ergo lentes obiectivas triplicatas ad sequentia telescopiorum genera accommodemus.

DE

PERFECTIONE TELESCOPIORVM SECVNDI GENERIS SEV ASTRONOMICORVM, VNICAM IMAGINEM REALEM CONTINENTIVM.

Auctore

L. EVLERO.

§. 1.

Cum unica lens ocularis non sufficiat, vt margo coloratus tolli possit, statim duas lentes oculares introducamus, ita, vt cum lente obiectiua vicaria tres habeamus lentes, ex eadem vitri specie, puta coronaria formatas, quarum distantiae focales sint p, q et r , ideoque $p = \Phi$ et semidiameter aperturæ primæ lentis $= X$, at semidiameter aperturæ secundæ lentis $= \pi q$, tertiæ vero $= \pi' r$; vbi litterae π et π' denotant fractiones, siue positivas, siue negativas, quadrantem unitatis non superantes; vnde pro campo apparente et multiplicatione $= m$ statim habebimus, semidiametrum campi $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m + 1}$. Hinc autem si ξ denotet maximam fractionem, quam litterae π et π' habere possunt, ponamus breuitatis gratia $\frac{\pi - \pi'}{m + 1} = M \xi$.

§. 2. Sint iam pro nostris tribus lentibus, distantiae determinatrices $a, \alpha; b, \beta; \text{ et } c, \gamma$ eritque

DE TELESCOPIIS ASTRONOMICIS. 449

1°. $a = \infty; a = p = \Phi$ et $\gamma = \infty$

hincque fiet

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} \text{ et } \frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} \text{ siue } r = c,$$

hinc autem porro sequentes litterae definiantur

$$P = -\frac{\alpha}{\beta} \text{ et } Q = -\frac{\epsilon}{\gamma}$$

vnde pro data multiplicatione $= m$, ob situm inuersum erit $PQ = -m$, ita, vt litterarum P et Q altera debeat esse positua, altera negatiua; praeterea vero ponatur

$$B = \frac{\epsilon}{\beta} \text{ et } C = \frac{\gamma}{\gamma} = \infty \text{ vnde fit}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{1+B} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{C}{1+C} = 1,$$

hinc autem vicissim erit

$$b = -\frac{\alpha}{P}, \beta = -\frac{B\alpha}{P}, c = +\frac{B\alpha}{PQ} = -\frac{B\alpha}{m}$$

hincque porro

$$q = \mathfrak{B} b = -\frac{B\alpha}{P} \text{ et } r = \mathfrak{C} c = -\frac{B\alpha}{m}$$

ex quibus valoribus deducuntur interualla lentium

$$I^\circ; I - II = a + b = \alpha(1 - \beta) \text{ et}$$

$$II^\circ; II - III = \epsilon + c = -B\alpha(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{m})$$

quae ambo necessario debent esse positua.

§. 3. Iam consideremus campum adparentem; quem vt reddamus maximum statim sumamus

$$\pi = \xi \text{ et } \pi' = -\xi$$

vt fiat

$$\Phi = \frac{2\xi}{m+1}, \text{ ideoque } M = \frac{2}{m+1}$$

Tom. XVIII. Nou. Comm.

L 11

qui

qui valor cum in partibus radii sit expressus, ob radium $r = 3437$ min. sumto $\xi = \frac{1}{2}$ erit $\Phi = \frac{1}{m+1}$ minutis primis; nunc vero, pro margine colorato destruendo satisfieri oportet huic aequationi

$$0 = \frac{\pi}{P} - \frac{\pi'}{PQ} \text{ siue } \frac{1}{P} + \frac{1}{PQ} = 0$$

unde fit

$$Q = -1 \text{ et } P = m$$

hinc autem deductae sunt istae aequationes

$$\frac{\pi - \Phi}{\Phi} = -P \text{ et } \frac{\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = PQ \text{ quae ob } \pi = \frac{\pi}{2}; \pi' = \frac{\pi}{2}$$

et $\Phi = M \xi$ abeunt in has

$$\frac{\pi - M}{M} = -P \text{ et } -\frac{\pi - 1 + M}{M} = PQ = -m$$

quae posterior, ob $\xi = 1$ praebet $M = \frac{2}{1+m}$ prorsus ut ante; ex illa vero reperitur

$$B = (1 - P)M = -\frac{2(m-1)}{m+1}$$

unde fit

$$B = \frac{2}{1+m} = -\frac{2(m-1)}{m+1}$$

denique distantia oculi post ultimam lentem est

$$\frac{r}{M} = \frac{m+1}{2} r.$$

§. 4. Nunc igitur omnia elementa, quibus constructio telescopii continetur, penitus sunt determinata, quae ita se habebunt

$$a = \Phi; b = -\frac{\alpha}{m}; c = +\frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)}; c' = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)}$$

unde statim prodeunt intervalla lentium

$$I - II = \alpha(1 - \frac{1}{m}); II - III = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)}$$

distancia-

distanciae denique focales erunt

$$p = \alpha; q = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)} \text{ et } r = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)}$$

§. 5. Formula autem pro confusione tollenda quae ex apertura lentium oritur, si λ , λ' et λ'' denotent numeros arbitrariorum, singulis lentibus respondentes, ita se habet

$$\lambda - \frac{1}{P}(\frac{\lambda'}{B} + \frac{1}{BQ}) + \frac{1}{B^2PQ}(\frac{\lambda''}{C} + \frac{1}{CQ})$$

vbi est vti vidimus

$$P = m \text{ et } PQ = -m, B = -\frac{2(m-1)}{m+1}; B = -\frac{2(m-1)}{m+1}$$

$$C = 1 \text{ et } C = \infty;$$

Quibus valoribus substitutis prodit ista formula

$$\lambda + \frac{1}{m}(\frac{\lambda'(m+1)^2}{(m-1)^2} - \frac{1}{(m-1)^2}) + \frac{\lambda''(m-1)^2}{m(m-1)^2}$$

Hinc ergo confusio ex secunda et tertia lente nata quam littera Ω sumus complexi erit

$$\Omega = \frac{1}{m}(\frac{\lambda'(m+1)^2}{(m-1)^2} - \frac{1}{(m-1)^2}) + \frac{\lambda''(m-1)^2}{m(m-1)^2}$$

Quia autem his lentibus maximam aperturam tribuimus, cuius sint capaces, numeri λ' et λ'' ex his formulis definiri debent

$$\sqrt{\lambda' - 1} = (\frac{\alpha}{r}) (B - \frac{1}{2}) \text{ et } \sqrt{\lambda'' - 1} = (\frac{\alpha}{r})$$

vbi pro vitro coronario est

$$\frac{\alpha}{r} = 0,1901924 \text{ et } \lambda = 9,3412366$$

invento autem hoc numero Ω , supra ostendimus, quemadmodum lens composita siue duplicata siue triplicata, loco lentis primae substituenda, determinari debeat; quo facto telescopium omnibus numeris erit

L 112

abso.

absolutum. Quia autem hic in genere nihil definire licet, casus aliquot pro datis multiplicationibus evol-
vamus.

Exemplum primum.

§. 6. Sit multiplicatio $m = 50$, erunt primo litterae

$$P = 50; Q = -1; B = -\frac{1}{50}; \text{ et } B = -\frac{1}{50}$$

hincque

$$I B = (-) 0,2836559; I B = 9,8180389 (-) \\ \text{hinc igitur erunt distantiae determinatrices} \\ a = \Phi; b = -\frac{a}{50} = -0,020.a; c = 0,01316.a; \\ c = 0,01316.a$$

Vnde intervalla lentium colliguntur

$$I - II = 0,980.a \text{ et } II - III = 0,02632.a \\ \text{distantiae denique focales}$$

$$p = a; q = 0,03843.a \text{ et } r = 0,01316.a.$$

Quia igitur binae lentes posteriores vtrunque sunt ae-
que convexae, erit radius vtriusque faciei secundae
lentis

$$= 1,06 q = 0,04071.a$$

et tertiae lentis

$$= 1,06 r = 0,01394.a,$$

at locus oculi post lentem tertiam

$$= 0,00671.a,$$

denique semidiameter campi adparentis $= 33'. 41''.$

§. 7. Nunc igitur quaerantur numeri λ' et λ'' ,
et quia est

$$B = -1,92157 \text{ erit } B - \frac{1}{50} = -2,42157$$

vnde calculus ita se habebit:

$$\begin{array}{l|l} I(\frac{c}{r}) = 0,1901924 & I(\frac{c}{r}) = 0,1901924 \\ I(B - \frac{1}{50}) = 0,3830971 & I.2 = 0,3010300 \\ \hline IV \lambda' - 1 = 0,5732895 & IV \lambda'' - 1 = 9,8891624 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} I(\lambda' - 1) = 1,1465790 & I(\lambda'' - 1) = 9,7783248 \\ \hline \text{hinc } \lambda' = 15,01455 & \text{hincque } \lambda'' = 1,60024 \end{array}$$

quia igitur est

$$I \frac{1}{m} = 8,3010300; I B' = 0,8509677 (-)$$

et $I B B' = 0,1016957$ tum vero $I \frac{1}{B' m} = 8,8469806$

hinc calculus pro littera Ω ita instituitur

$$\begin{array}{l|l|l} I \frac{1}{m} = 8,3010300 & I \frac{1}{m} = 8,3010300 & I \frac{1}{B' m} = 8,8469806 \\ I \lambda' = 1,1765112 & I \lambda' = 9,3412366 & I \lambda'' = 0,2041851 \\ \hline 9,4775412 & 7,6422666 & 9,0511657 \\ I B' = 0,8509677 & I B B' = 0,1016957 & \text{Pars III} = 0,11250 \\ \hline 8,6265735 & 7,5405709 & \\ \text{Pars I} = 0,04232 & \text{Pars II} = -0,00347 & \end{array}$$

vnde colligitur numerus $\Omega = 0,15135.$

§. 8. Adhibeamus statim lentem obiectivam
triplicatam postremam, vtpote perfectissimam, cuius
distantia focalis sit $= II$, ac supra vidimus fore

$$\Phi = 1,02311 II = a$$

L III 3

et

et $X = x$; tum vero pro prima lente erit numerus
arbitrarius

$$\lambda = 2,50862 - 0,08257 \Omega = 2,49612,$$

unde patet, ob confusionem ω , numerum λ tam pa-
rum immutari, ut effectus in constructione lentis
prorsus euadat insensibilis, unde tuto assumere poterimus

$$\lambda = 2,50862$$

ita ut huius lentes constructio futura sit

$$\text{Radius faciei anterioris} = 0,85048 \text{ II.}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = 0,32689 \text{ II.}$$

Cum igitur hic sit $m = 50$, si capiamus

$$\text{II} = 12\frac{1}{2} = 12,50 \text{ dig. erit } \alpha = 12,789 \text{ dig.}$$

hincque deducitur sequens.

CONSTRUCTIO

Tab. IV. Tubi astronomici pro multiplicatione $m = 50$.

Fig. 3.

1°. Lens igitur obiectiua est triplicata, distantiam
focalem habens $= 12\frac{1}{2}$ dig. et aperturæ semi-
diametrum $= 1$ dig.

1°. Eius prima lens coronaria distantiam foca-
lem habet $= 5,569$ dig. et ita construatur ut sit

$$\text{Radius faciei } \left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = 10,631 \text{ dig.} \\ \text{posterioris} = 4,086 \text{ dig.} \end{array} \right.$$

2°. Ab huius medio, ad medium secundae sta-
tuatur intervallum $= 0,283$ dig.

3°. Secunda lens crystallina utrinque aequè con-
cava, distantiam focalem habet $= -3,398$ dig.
et radium utriusque faciei $= -3,942$.

4°. Ab huius medio, usque ad medium lentis
tertiæ statuatur intervallum $= 0,283$.

5°. Tertiæ lentis coronariæ distantia focalis est
 $= 5,505$ dig. et

$$\text{Radius utriusque faciei} = 5,836 \text{ dig.}$$

II. Ab hac lente usque ad lentem quartam seu
primam ocularem intervallum est $= 12,244$

1°. Istius lentis coronariæ utrinque aequaliter
convexæ distantia focalis $= 0,491$ dig.

$$\text{Radius utriusque faciei} = 0,520 \text{ dig. et}$$

$$\text{semidiameter aperturæ} = 0,123 \text{ dig.}$$

2°. Hinc usque ad lentem ultimam distantia $= 0,337$
digitor.

III. Haec autem lens coronaria utrinque, aequè
convexa distantiam habet focalem $= 0,168$ dig.

$$\text{Radium utriusque faciei} = 0,178 \text{ dig.}$$

$$\text{et semidiametrum aperturæ} = 0,042 \text{ dig.}$$

Ab hac lente usque ad oculum distantia $= 0,086$ dig.

$$\text{Longitudo totius telescopii} = 13,516.$$

Semidiameter campi adparentis $= 33\frac{1}{2}$, qui apparebit
instar spatii circularis in coelo, cuius radius $= 26^\circ.3'$
ideoque diameter $= 52^\circ.6'$.

§. 9. Circa tubum autem sequentia sunt no-
tanda: primo quod lens ocularis prodierit nimis par-
va, id quod in praxi non satis commodum videtur;
deinde lens penultima nimis videtur propinqua loco
lentis obiectivæ, scilicet unius tantum quadrantis di-
giti

giti; unde verendum est, ne maculae vel striae huius lentis cum representatione obiecti misceantur. Praeterea vero, ut totus campus apparens ubique aequè lucidus videatur, non sufficit ut semidiameter huius lentis sit $= \pi q$, sed requiritur ut is sit $= \pi q + \frac{\pi}{m}$. His igitur incommodis, ut remedium, afferatur de campo adparente aliquid est remittendum quod, fit si loco π non valorem maximum ξ accipiamus, sed tantum eius partem quandam, veluti $\pi = \frac{1}{2}\xi$, manente $\pi' = -\frac{1}{2}\xi$ sicque erit

$$\Phi = \frac{\frac{1}{2}\xi}{m+1} \text{ et } M = \frac{\frac{1}{2}\xi}{m+1} = \frac{3}{2(m+1)}$$

§. 10. Posito igitur $\pi = \frac{1}{2}\xi$ et $\pi' = -\frac{1}{2}\xi$, aequatio pro margine colorato tollendo erit

$0 = \frac{1}{17} + \frac{1}{PQ}$, unde fit $Q = -2$ ergo $P = \frac{\pi}{2}$ deinde repetitur

$$\frac{\pi}{\Phi} = \frac{m+1}{1} \text{ ideoque } \frac{3(m+1)}{2} - 1 = -\frac{\pi}{2} \text{ ideoque}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3 - \frac{1}{2}m}{m+1} = \frac{6-3m}{2(m+1)} \text{ hincque } B = \frac{6-3m}{5m-4}$$

sequentes igitur habebimus determinationes

$$b = \frac{1}{m}; \quad c = \frac{(6m-12)}{m(5m-4)} a; \quad e = \frac{(5m-6)}{m(5m-4)} a$$

distantiae focales

$$p = a; \quad q = \frac{(5m-6)a}{m(m+1)} \text{ et } r = \frac{(5m-6)a}{m(5m-4)}$$

hinc autem, etsi secundae lenti consulitur, tamen lens ocularis adhuc fit minor quam ante, unde hac emendatione superfedebimus.

§. 11.

§. 11. Quia confusio a lentibus ocularibus oriunda, vix quicquam in lente obiectiva immutat, vel saltem in praxi observari nequit: constructionem horum telescopiorum pro omni multiplicatione in genere tradere poterimus. Utamur igitur iterum lente triplicata postrema, cui tribuimus statim distantiam focalem $\Pi = \frac{\pi}{2}$, et semidiameterum aperturæ $= \frac{\pi}{10}$ dig. unde colligimus

$$\Phi = a = 0,25578 m \text{ dig.}$$

qui numerus cum in sequentibus lentibus, ubique occurrit, ponamus brevitatis gratia.

$$9 = 0,25578 \text{ ut sit } a = 9m \text{ et } 19 = 9,4078666.$$

Quia igitur est $\frac{a}{\pi} = 9$, et secunda lens tanto intervallo ante primam imaginem constituitur, erit distantia a lente obiectiva usque ad primam ocularem $= \frac{\pi}{2} - 9$ digitis; tum vero haec lens ocularis habebit distantiam focalem $= \frac{9(m-1)}{m+1}$, quae expressio, ob m numerum praegrandem, reducitur ad hanc $29 - \frac{19}{m}$ quae in 1,06 ducta, dabit radium utriusque faciei; deinde intervallum ab hac lente ad ipsam ocularem erit $\frac{9(m-1)}{m+1} = \frac{1}{2}9 - \frac{19}{9m}$ dig. tum vero distantia focalis ultimae lentis $= \frac{1}{2}9 - \frac{19}{9m}$, quae denuo in 1,06 ducta, praebet radium faciei huius lentis, post quam oculus collocari debet ad distantiam $= \frac{\pi}{2} + r = \frac{1}{2}9 + \frac{2}{9m}$, campi autem adparentis semidiameter erit $= \frac{1711}{m+1}$ min.

CONSTRUCTIO GENERALIS

horum telescopiorum pro multiplicatione
quacunque $= m$.

I. Lens obiectiua constat ex tribus lentibus, habens distantiam focalem $= \frac{m}{2}$ dig. et aperturam semidiametri $= \frac{m}{10}$ dig. ternae autem eius lentes ita determinantur.

1°. Primae lentis coronariae distantia focalis sit $= 0,11137 m$ dig.

Tum vero radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,21262 m \\ \text{posterioris} = 0,08172 m \end{cases}$

2°. A medio huius lentis ad sequentem, statuitur intervallum $= 0,00566 m$.

3°. Secundae lentis crystallinae concavae distantia focalis est $= -0,06796 m$ et

Radius utriusque faciei $= -0,07883 m$ dig.

4°. A medio huius lentis ad tertiam, intervallum esto $= 0,00566 m$ dig.

5°. Tertiae lentis coronariae convexae distantia focalis $= 0,11010 m$ dig. et

Radius utriusque faciei $= 0,11671 m$ dig.

II. Ab hac lente obiectiua usque ad lentem quartam, statuitur intervallum $= \frac{1}{2} m - 9$ dig.

III. Quartae lentis coronariae convexae distantia focalis est $= 29 - \frac{1}{m}$ et

Radius utriusque faciei $= 1,06 (29 - \frac{1}{m})$.

IV.

IV. Hinc usque ad lentem ultimam est intervallum $= \frac{1}{2} 9 - \frac{1}{m}$.

V. Ultimae lentis coronariae convexae distantia focalis est $= \frac{1}{2} 9 - \frac{1}{m}$ et radius utriusque faciei $= 1,06 (\frac{1}{2} 9 - \frac{1}{m})$.

VI. Ab hac lente ad oculum distantia $= \frac{1}{2} 9 + \frac{9}{m}$.

VII. Semidiameter campi apparentis $= \frac{1}{m} \frac{21}{4}$ min.

VIII. Longitudo tubi $= \frac{1}{2} m + \frac{1}{2} 9 - \frac{29}{m}$ dig.

§. 12. Quoniam in constructione lentis obiectivae triplicatae mensuras praescriptas exactissime exsequi vix licet, imprimis autem intervalla harum lentium accuratissime in praxi definiri nequeunt, maxime consultum erit: has ternas lentes ita capsulae idoneae includere, ut, opẽ cochlearum tantillum promoveri, vel a se invicem removeri queant, donec representatio distinctissima obtineatur. Caeterum per se intelligitur, etiam ultimam lentem mobilem relinqui debere, ut ad indolem cuiusque oculi adcommodari possit.

DE ULTERIORI

horum telescopiorum perfectione, unica insuper lente oculari adiaciendo.

§. 13. Praeter primam igitur lentem vicariam, cuius distantia focalis $\Phi = p \pm a$, tres habebimus lentes, quarum distantiae focales sint q , r et s , quibus respondeant distantiae determinatrices

b, c, γ et d, δ ; ubi $\delta = \infty$

$M m m a$

ita

ita vt fit

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}; \frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} \text{ et } \frac{1}{s} = \frac{1}{d} \text{ siue } s = d$$

tum vero ponatur

$$P = -\frac{a}{b}; Q = -\frac{a}{c} \text{ et } R = -\frac{a}{\gamma}$$

atque ob multiplicationem datam $= m$, debbit esse $PQR = -m$, sicque litterarum P, Q et R vna debet esse negativa; praeterea ponatur

$$\xi = Bb; \gamma = Cc$$

hincque porro

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{1+B} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{C}{1+C}$$

ita vt fit

$$q = \mathfrak{B}b; r = \mathfrak{C}c \text{ et } s = d$$

ex his autem litteris vicissim erit

$$b = -\frac{a}{P}; c = -\frac{B a}{PQ}; d = -\frac{B C a}{PQR}$$

$$\xi = -\frac{B a}{P}; \gamma = \frac{B C a}{PQ}; \delta = \infty$$

vnde intervalla lentium erunt

$$I - II = a(1 - \frac{1}{P}); II - III = -\frac{B a}{P}(1 - \frac{1}{Q});$$

$$III - IV = \frac{B C a}{PQ}(1 - \frac{1}{R}).$$

§. 14. Quod si iam semidiametri aperturarum ternarum lentium statuantur:

$$\pi q; \pi' r \text{ et } \pi'' s \text{ erit}$$

$$\text{semidiameter campi adparentis } \Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m + 1}$$

tum vero erit

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi}$$

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = P \text{ siue } \mathfrak{B} = \frac{\Phi(1-P)}{\pi - \Phi}$$

$$\frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = PQ \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{\Phi(PQ - 1) + \pi}{\pi'}$$

$$\frac{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = -PQR; \mathfrak{D} = \frac{\Phi(1-PQR) - \pi + \pi'}{\pi''}$$

ex quibus valoribus vicissim colligimus

$B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}; C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}; D = \frac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}} = \infty$, ob $\mathfrak{D} = 1$ sicque omnia elementa per litteras P, Q et R erunt expressa; vbi ante omnia requiritur vt intervalla lentium prodeant positiva.

§. 15. Iam si ξ fuerit maximus valor, quem litteris π, π' et π'' tribuere licet, pro quo assumi potest $\xi = \frac{1}{2}$; vt maximum campum adparentem obtineamus, statuamus

$$\pi = \xi; \pi' = -\xi \text{ et } \pi'' = +\xi$$

vt prodeat

$$\Phi = \frac{\xi}{m+1} \text{ vnde fit } M = \frac{\xi}{m+1} \text{ et } \Phi = M\xi$$

hinc igitur sumendo $\xi = \frac{1}{2}$, in minutis primis fiet

$$\Phi = \frac{1}{2(m+1)} \text{ min.} = \frac{2578}{m+1} \text{ min.}$$

Ex his igitur valoribus nanciscimur

$$\mathfrak{B} = (1-P)M; \mathfrak{C} = M(1-PQ) - 1; \mathfrak{D} = M(m+1) - 2 = 1$$

vti primae conditiones requirunt.

§. 16. Pro margine autem colorato tollendo huic aequationi satisfieri oportet

$$\frac{\pi}{P} - \frac{\pi'}{PQ} + \frac{\pi''}{PQR} = 0$$

quae ergo abit in hanc

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{PQ} + \frac{1}{PQR} = 0 \text{ siue in hanc } 1 + \frac{1}{Q} + \frac{1}{QR} = 0$$

M m m 3.

cum

cum nunc litterarum P, Q et R una debeat esse negativa, fit

$$Q = -k, \text{ eritque } 1 - \frac{1}{k} - \frac{1}{kR} = 0$$

unde reperitur

$$R = \frac{1}{k-1}; \text{ sicque fiet } PQR = -\frac{Pk}{(k-1)} = -m$$

ideoque $P = \frac{m(k-1)}{k}$, ubi notandum, ut R fiat positivum esse debere $k > 1$; qua conditione etiam littera P fiet positiva; hinc igitur nanciscimur

$$B = M(1 - \frac{m(k-1)}{k}) = \frac{m-k-m(k-1)}{k(m+1)}$$

$$C = M(k + m(k-1)) - 1 = \frac{k + m(k-1)}{m+1}$$

§. 17. Hic primo patet, litteram B esse negativam, unde etiam B erit numerus negativus; deinde etiam numerus C erit positivus, dummodo non fuerit $3k < 4$, hincque erit

$$C = \frac{k + m(k-1)}{m+1}$$

qui numerus est positivus si fuerit $3k < 5$, siue $k < \frac{5}{3}$ attamen $k > \frac{4}{3}$, sin autem esset $k < \frac{4}{3}$, numerator foret negativus, et denominator maneret positivus, ideoque hoc casu C fieret negativum; hinc intervalla lentium ita se habebunt

$$I - II = \alpha(1 - \frac{k}{m(k-1)})$$

quod certe est positivum ob $k > 1$

$$II - III = -\frac{Bk\alpha}{m(k-1)}(1 + \frac{1}{k})$$

quod ut fiat positivum, littera B debet esse negativa, quod fit si fuerit $k > \frac{4}{3}$

$$III - IV = -\frac{BC\alpha}{m(k-1)}(2-k)$$

quia

quia nunc - B est quantitas positiva, deducitur ut fit $C(2-k)$ positivum, unde patet si fuerit $k < 2$ tum C debere esse positivum; sin autem esset $k > 2$ tum C esse debere negativum, id quod sponte accidit.

Casus I. §. 18. Hic ergo duo casus occurrunt, prout k fuerit vel < 2 vel > 2 ; sit igitur primo $k < 2$ atque ut C fiat positivum, esse debet

$$k > \frac{4}{3} \text{ et } k < \frac{5}{3}$$

Casus II. At si $k > 2$, tum C fiat negativum. Operae igitur pretium erit hos casus exemplo illustrasse.

Casus prior

quo $k > \frac{4}{3}$ et $< \frac{5}{3}$.

§. 19. Sumamus igitur $k = \frac{3}{2}$ erit $P = \frac{1}{2}m$; $Q = -\frac{3}{2}$ et $R = 2$; porro

$$B = \frac{m-m}{m+1} = -\frac{(m-1)}{m+1} \text{ et } C = \frac{m-m}{2m-2} = \frac{1+m}{2(m-1)}$$

$$\text{et } C = \frac{1+m}{2(m-1)}$$

hinc autem intervalla lentium prodeunt:

$$I - II = \alpha(1 - \frac{3}{m})$$

$$II - III = \frac{3(m-1)}{2m(m-1)}\alpha$$

$$III - IV = \frac{(m-1)(m+1)}{2m(m-1)(m-1)}\alpha$$

quae ergo omnia sunt positiva; deinde vero habebimus

$$b = -\frac{3}{m}; c = +\frac{3(m-1)\alpha}{2m(m-1)}; d = \frac{(m-1)\alpha}{m(m-1)}$$

$$\gamma = \frac{(m-1)(m+1)\alpha}{2m(m-1)(m-1)}; \delta = -\frac{(m-1)(m+1)\alpha}{2m(m-1)(m-1)}$$

hinc-

hincque colliguntur distantiae focales

$$q = \frac{s(m-s)}{m(m+1)} \alpha; r = \frac{(m-s)(m+4)}{2m(m-1)(m+1)} \alpha; s = -\frac{(m-s)(m+1)}{2m(m-1)(m+2)} \alpha$$

sicque ultima lens fieret concava, unde distantia oculi etiam prodiret negativa, ita, ut campum adparentem nequidem tueri liceret.

Casus posterior

quo $k > 2$.

§. 20. Sit igitur $k = \frac{1}{2}$ erit $P = \frac{1}{2}$; $Q = -\frac{1}{2}$ et $R = \frac{1}{2}$ porro fit

$$\mathfrak{B} = \frac{15-9m}{5m+5} \text{ et } B = \frac{15-9m}{1+m-10}; \mathfrak{C} = \frac{1+7m}{2m+2}; C = -\frac{(1-7m)}{5m+2}$$

deinde vero

$$b = -\frac{s\alpha}{2m}; \mathfrak{E} = \frac{s(2m-s)}{m(2+m-10)} \alpha; c = \frac{(2m-s)}{m(2m-s)} \alpha;$$

$$\gamma = -\frac{(2m-s)(2m+4)}{m(2m-s)(5m+2)} \alpha; d = +\frac{s(2m-s)(2m+4)}{2m(2m-s)(5m+2)} \alpha$$

hinc intervalla lentium

$$I - II = \alpha \left(1 - \frac{s}{2m}\right); II - III = \frac{2(2m-s)}{m(2+m-10)} \alpha;$$

$$III - IV = \frac{(2m-s)(2m+4)}{2m(2m-s)(5m+2)} \alpha$$

denique distantiae focales

$$q = \frac{2m-s}{m(m+1)} \alpha; r = \frac{(2m-s)(2m-s)}{2m(m+1)(2m-s)} \alpha; s = \frac{s(2m-s)(2m+4)}{2m(2m-s)(5m+2)} \alpha.$$

§. 21. Quoniam igitur hic casus ad praxin videtur accommodatus, sumamus quoque $k = 3$ eritque

$P = \frac{1}{3}$; $Q = -\frac{1}{3}$ et $R = \frac{1}{3}$ hinc

$$\mathfrak{B} = \frac{2-2m}{m+1}; B = \frac{2-2m}{2m-3}; \mathfrak{C} = \frac{2+5m}{m+2}; C = -\frac{(2+5m)}{4m+2}$$

porro

porro vero

$$b = -\frac{s\alpha}{2m}; \mathfrak{E} = \frac{s(2m-s)}{2m(2m-s)} \alpha; c = \frac{(2m-s)}{2m(2m-s)} \alpha;$$

$$\gamma = -\frac{(2+5m)(2m-s)}{2m(2m-s)(2m-s)} \alpha; d = \frac{s(2+5m)(2m-s)}{2m(2m-s)(2m-s)} \alpha$$

et intervalla lentium

$$I - II = \alpha \left(1 - \frac{s}{2m}\right); II - III = \frac{2(2m-s)}{2m(2m-s)} \alpha;$$

$$III - IV = \frac{(2+5m)(2m-s)}{2m(2m-s)(2m-s)} \alpha$$

at distantiae focales erunt

$$q = \frac{s(2m-s)}{2m(m+1)} \alpha; r = \frac{(2+5m)(2m-s)}{2m(m+1)(2m-s)} \alpha; s = \frac{s(2+5m)(2m-s)}{2m(2m-s)(2m-s)} \alpha.$$

§. 22. Huic autem casui postremo, precedens quo $k = \frac{1}{2}$ merito antefertur; quia pro ultima lente maiorem praebet distantiam focalem, unde operae pretium erit eum ad praxin accommodare; id quod facile ut supra in genere praestabitur; dum loco lentis obiectivae lens illa triplicata perfectissima praefigitur. Sumta scilicet distantia focali $II = \frac{1}{m}$ dig. et $x = \frac{1}{m}$ dig. tum vero posito ut ante $9 = 0,25578$ capi debet $\alpha = 9m$ dig. existente $19 = 9,4078666$; quia autem ex tribus lentibus posterioribus maior confusio nasci potest, prima lens quadam correctione egebit, unde pro eius constructione statuamus

Radium faciei Anterioris $= 0,21262m + f$
 posterioris $= 0,08172m + g$

vbi quantitates f et g ex unico exemplo definire licebit.

§. 23. Sumamus igitur multiplicationem $m = 50$, indeque computentur sequentes valores numerici

Tom. XVIII. Nou. Comm.

N n n

P=30

$$\begin{array}{l}
 P = 30 \quad | \quad IP = (+) 1,4771213 \\
 PQ = -75 \quad | \quad IPQ = (-) 1,8750613 \\
 PQR = -50 \quad | \quad IPQR = (-) 1,6989700 \\
 B = -\frac{37}{17} \quad | \quad IB = (-) 0,2319491 \quad | \quad B' = (-) 0,6958473 \\
 B' = -\frac{37}{17} \quad | \quad IB' = (-) 9,7996402 \quad | \quad B'' = (-) 9,3989206 \\
 B'' = -\frac{37}{17} \quad | \quad IB'' = (+) 0,0315893 \\
 C = -\frac{59}{19} \quad | \quad IC = (+) 0,5404031 \quad | \quad C' = (+) 1,6212093 \\
 C' = -\frac{59}{19} \quad | \quad IC' = (-) 0,1476027 \quad | \quad C'' = (-) 0,4428081 \\
 C'' = -\frac{59}{19} \quad | \quad IC'' = (-) 0,6880058
 \end{array}$$

§. 24. Iam pro tribus lentibus postremis, quia utrinque debent esse aequae conuexae, quaerantur numeri respondentes λ' , λ'' et λ''' ex formulis

$$\sqrt{\lambda' - 1} = \frac{(c - d)(B - 1)}{7}, \quad \sqrt{\lambda'' - 1} = \frac{c - d}{7}(C - 1)$$

$$\text{et } \sqrt{\lambda''' - 1} = \frac{(c - d)}{7} \frac{1}{1},$$

quia igitur

$$B - 1 = -\frac{37}{17} \quad \text{et} \quad C - 1 = -\frac{59}{19}$$

inde calculus ita se habebit.

$$\begin{array}{l}
 I(\frac{c-d}{7}) = 0,1901924 \quad | \quad I(\frac{c-d}{7}) = 0,1901924 \\
 I75 = 1,8750613 \quad | \quad I101 = 2,0043214 \quad | \quad \text{At pro vltima len-} \\
 \quad \quad \quad 2,0652537 \quad \quad \quad 2,1945138 \quad | \quad \text{te erit vt ante} \\
 I34 = 1,5314789 \quad | \quad I34 = 1,5314789 \quad | \quad \lambda''' = 1,60024 \\
 I\sqrt{\lambda' - 1} = 0,5337748 \quad | \quad I\sqrt{\lambda'' - 1} = 0,6630349 \\
 I(\lambda' - 1) = 1,0675496 \quad | \quad I(\lambda'' - 1) = 1,3260698 \\
 \text{hinc } \lambda' = 12,68290 \quad | \quad \text{hinc } \lambda'' = 22,18700
 \end{array}$$

§. 25. Nunc autem pro calculo confusionis ponamus breuitatis gratia

$$\frac{1}{B'PQ} = M \quad \text{et} \quad \frac{1}{B'C'PQR} = N$$

$$\Omega = -\frac{1}{\frac{M}{B'} + \frac{1}{B''}} + M\left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C''}\right) + N\lambda'''$$

ubi ergo erit

$$I\frac{1}{B'} = 8,5228787; \quad IM = 8,7260181; \quad IN = 8,4593013$$

vnde calculus ita se habebit

$$\begin{array}{l}
 I\frac{1}{B'} = (-) 8,5228787 \quad | \quad IM = 8,7260181 \quad | \quad IN = 8,4593013 \\
 I\lambda' = 1,1032186 \quad | \quad I\lambda'' = 1,3450986 \quad | \quad I\lambda''' = 0,2041851 \\
 (-) 9,6260973 \quad | \quad 0,0711167 \quad | \quad 8,6634864 \\
 I\frac{1}{B''} = (-) 0,6958473 \quad | \quad IC' = 1,6212093 \quad | \quad \text{ideoque } 0,04608 \\
 (+) 8,9302500 \quad | \quad 8,4499074 \\
 \text{ergo } +0,08516 \quad | \quad \text{ergo } +0,02818
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 I\frac{1}{B'} = (-) 8,5228787 \quad | \quad IM = 8,7260181 \\
 I\lambda' = (+) 9,3412366 \quad | \quad I\lambda'' = 9,3412366 \\
 (-) 7,8641153 \quad | \quad 8,0672547 \\
 IB' = (+) 0,0315893 \quad | \quad IC' = (-) 0,6880058 \\
 (-) 7,8325260 \quad | \quad (-) 7,3792489 \\
 \text{ergo } (-) 0,00680 \quad | \quad \text{ideoque } = (-) 0,00239
 \end{array}$$

hinc igitur erit $\Omega = 0,15023$.

§. 26. Hoc igitur valore inuento erit pro prima, terna, lentium obiectuarum

$$\lambda = 2,50862 - 0,08257 \Omega \quad \text{siue} \quad \lambda = 2,49622$$

N n n 2

hinc

hinc

$$\lambda - 1 = 1,49622 \text{ et } \sqrt{\lambda - 1} = 1,22320,$$

quocirca pro radio faciei anterioris istius lentis, erit denominator = 0,57122; numerator autem erat

$$= 0,48154 \text{ II} = 6,0190$$

unde radius huius faciei fit = 10,5371, quem supra supposuimus

$$= 0,21262. m + f = 10,631 + f$$

unde concludimus $f = -0,094 \text{ dig.}$

§. 27. Simili modo pro facie posteriore erit denominator 1,46812; numerator vero manet vt ante = 6,0190, unde ipse radius colligitur = 4,0998 dig, quem supposuimus ante

$$= 0,08172. m + g = 4,086 + g$$

unde concluditur fore $g = 0,0138$. Nunc igitur demum certi sumus, hanc correctionem tam esse parvam, vt omnem industriam artificis effugiat.

§. 28. Prosequamur igitur constructionem huius telescopii, quod omnibus numeris absolutum videri potest; et cum sit $a = 9m$, existente $9 = 0,25578$: secunda lens ante imaginem lentis obiectivae statui debet intervallo = $-b = \frac{1}{9} 9 \text{ dig.}$ ideoque post lentem obiectivam triplicatam secunda lens collocari debet ad distantiam = $\frac{1}{9} m - \frac{1}{9} 9$; deinde distantia huius secundae lentis a tertia erit

$$= \frac{9(9m - 9)}{9m - 9} = \frac{9}{9} 9 - \frac{109}{9m}$$

at

at distantia tertiae lentis ad quartam

$$= \frac{(9m - 9)(9m - 9)}{9(9m - 9)} = \frac{9}{9} 9 - \frac{109}{9m}$$

tum vero erit secundae lentis distantia focalis

$$= \frac{(9m - 9)}{9m - 9} 9 = 3 9 - \frac{109}{9m} \text{ dig.}$$

tertiaae autem lentis distantia focalis

$$= \frac{(9m - 9)(9m - 9)}{9(9m - 9)} 9 = \frac{9}{9} 9 - \frac{109}{9m}$$

ultimae denique lentis distantia focalis est

$$= \frac{9(9m - 9)(9m - 9)}{9(9m - 9)(9m - 9)} = \frac{9}{9} 9 - \frac{109}{9m}$$

denique distantia oculi

$$= \frac{9m - 9}{9m - 9} 9 = \frac{9}{9} 9 - \frac{109}{9m}$$

et semidiameter campi adparentis = $\frac{9m}{9m - 9}$, qui apparebit instar spatii circularis in coelo, cuius semidiameter est $36^\circ. 33'$ ideoque diameter = $73^\circ. 6'$.

CONSTRUCTIO GENERALIS

Tabularum Astronomicorum, perfectissimorum, sex lentibus instructorum, pro multiplicatione quacunque m .

I. Lens obiectiva constat ex tribus lentibus, habens distantiam focalem = $\frac{9}{9} \text{ dig.}$ et aperturam semidiametri = $\frac{9m}{9m - 9} \text{ dig.}$ tertiae autem lentes ita determinantur.

1°. Primae lentis coronariae distantia focalis sit = 0,11137. $m \text{ dig.}$

Tum vero radius faciei
 anterioris = 0,21262. $m - 0,094 \text{ dig.}$
 posterioris = 0,08172. $m + 0,014 \text{ dig.}$

N n n 3

2.

Tab. IV.
Fig. 4

2°. A medio huius lentis vsque ad medium sequentis, statuatur interuallum $= 0,00566 m$.

3°. Secundae lentis crystallinae distantia focalis $= -0,06796 m$ et

Radius vtriusque faciei $= -0,07883 m$ dig.

4°. A medio huius, ad sequentem interuallum $= 0,00566 m$.

5°. Tertiae lentis coronariae distantia focalis $= 0,11010 m$ et

Radius vtriusque faciei esto $= +0,11671 m$ dig.

II. Ab hac lente obiectiua vsque ad lentem quartam, statuatur interuallum $\frac{1}{2} m = 0,426$ dig.

III. Quartae lentis coronariae conuexae distantia focalis est $= 0,767 - \frac{0,045}{m}$ dig. et radius vtriusque faciei $= 0,813 - \frac{0,167}{m}$ dig.

IV. Hinc vsque ad quintam, interuallum esto $= 0,383 - \frac{0,165}{m}$ dig.

V. Huius lentis coronariae conuexae distantia focalis est $= 0,383 - \frac{0,519}{m}$ dig. et radius vtriusque faciei $= 0,406 - \frac{0,561}{m}$ dig.

VI. Hinc, ad lentem ultimam interuallum $= 0,076 - \frac{0,020}{m}$ dig.

VII. Ultimae lentis coronariae conuexae distantia focalis $= 0,230 - \frac{0,270}{m}$ dig. et radius vtriusque faciei $= 0,244 - \frac{0,186}{m}$ dig.

VIII.

VIII. Hinc, vsque ad oculum interuallum statuatur $= 0,076 - \frac{0,005}{m}$.

IX. Semidiameter campi adparentis $= \frac{350}{m+1}$ min.

qui instar spatii circularis in coelo cernetur, cuius diameter $= 73^\circ. 6. \text{ min.}$

Caeterum tribus lentibus postremis tanta tribuatur apertura, quantam per figuram admittunt, cuius semidiameter circiter est pars quarta distantiae focalis cuiusque lentis. Denique, quia hic binae lentes postremae reuera vicem gerunt lentis ocularis: consultum erit, eas ambas eidem capsulae mobili includere quae ad indolem cuiusque oculi adcommodari possit.

DE

DE
PERFECTIONE
TELESCOPIORVM TERTII GENERIS,
DVAS IMAGINES REALES
CONTINENTIVM.

Auctore
L. E V L E R O.

§. I.

Quia pro hoc genere tres lentes non sufficiunt, statim consideremus quatuor: quarum distantiae focales sint p, q, r, s et ex earum distantiis determinatricibus vt ante formemus has quantitates:

$$P = -\frac{a}{p}; Q = -\frac{e}{q} \text{ et } R = -\frac{\gamma}{r}$$

quarum productum PQR aequetur multiplicationi m positivae sumtae, quia representatio debet esse erecta, ita vt sit $PQR = m$; et quia duae imagines requiruntur reales, litterarum P, Q et R , duas negativas esse oportet. Porto autem statuamus vt ante

$$B = \frac{e}{q}; C = \frac{\gamma}{r} \text{ et } D = \frac{\delta}{s} = \infty, \text{ ob } \delta = \infty$$

hincque fiat

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{1+B}; \mathfrak{C} = \frac{C}{1+C} \text{ et } \mathfrak{D} = \frac{D}{1+D} = 1$$

ex quibus colliguntur vicissim distantiae determinatrices

$$b = -$$

DE TELESCOPIIS TERRESTRIBVS. 473

$$b = -\frac{a}{p}; c = \frac{B a}{P Q}; d = -\frac{B C a}{P Q R} = -\frac{B C a}{m}$$

$$e = -\frac{B a}{p}; \gamma = \frac{B C a}{P Q}; \delta = \infty$$

unde colliguntur intervalla lentium

$$I - II = a + b = a(1 - \frac{1}{p})$$

$$II - III = e + c = -\frac{B a}{p}(1 - \frac{1}{q})$$

$$III - IV = \gamma + d = \frac{B C a}{P Q}(1 - \frac{1}{r})$$

quae omnia debent esse positiva,

denique distantiae focales hinc ita definiuntur

$$p = a; q = \mathfrak{B} b; r = \mathfrak{C} c \text{ et } s = d.$$

§. 2. Cum nunc primae lentis semidiameter aperturae sit $= X$, ponatur semidiameter aperturae secundae lentis $= \pi q$, tertiae lentis $= \pi' r$, et quartae lentis $= \pi'' s$: vbi litterae π, π' et π'' denotant fractiones, quartam partem unitatis non superantes, siue positivas siue negativas; hincque semidiameter campi apparentis Φ statim ita determinatur, vt sit $\Phi = \frac{\pi + \pi' + \pi''}{m - 1}$; ab his autem porro vicissim superiores litterae ita pendent vt sit

$$\frac{\mathfrak{B} \pi - \mathfrak{P}}{\Phi} = -P \text{ seu } \mathfrak{B} = \frac{\Phi(1-P)}{\pi}$$

$$\frac{\mathfrak{C} \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = P Q \text{ hinc } \mathfrak{C} = \frac{\Phi(P Q - 1) + \pi}{\pi'}$$

$$\frac{\mathfrak{D} \pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = -P Q R = -m \text{ vnde fit}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\Phi(1-m) - \pi + \pi'}{\pi''}$$

quia igitur $\mathfrak{D} = +1$ hinc sequitur

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{1 - m} \text{ siue } \Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m - 1}$$

vti oportet: vt autem repraesentatio ab omni margine colorato liberetur, satisfieri oportet huic aequationi

$$\frac{\pi}{P} - \frac{\pi'}{PQ} + \frac{\pi''}{PQR} = 0.$$

§. 3. Statim nunc videamus, an campo apparenti maximum valorem conciliare liceat, id quod praestaretur, si denotante ξ maximum valorem, quem litterae π , π' et π'' recipere possunt, poneretur

$$\pi = -\xi, \pi' = +\xi \text{ et } \pi'' = -\xi$$

tum enim prodiret

$$\Phi = +\frac{\xi}{m-1} = M\xi \text{ sumto } M = \frac{s}{m-1},$$

ex quo valore determinatur distantia oculi post ultimam lentem $= \frac{s}{Mm}$, quam ergo pariter positivam esse necesse est, quia alioquin campus assignatus ab oculo conspici non posset; His igitur positis destructio marginis colorati hanc exigit aequationem

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{PQ} + \frac{1}{PQR} = 0 \text{ siue } 1 + \frac{Q}{P} + \frac{R}{PQ} = 0.$$

Casus quo

§. 4. Quia litterarum P, Q et R binae debent esse negativae, sumamus primo litteram P esse positivam, unde tam Q quam R negativae esse oportet; quocirca ponamus $Q = -k$ atque reperietur $R = \frac{1}{k-1}$, sicque debet esse $k < 1$ vt fiat

$$R = \frac{1}{1-k} \text{ ideoque } PQR = \frac{Pk}{1-k} = m$$

consequenter $P = \frac{m(1-k)}{k}$; quia igitur

$$P = \frac{(1-k)m}{k} \text{ et } PQ = -(1-k)m \text{ ob}$$

$$\pi = -\xi, \pi' = +\xi, \pi'' = -\xi \text{ et } \Phi = M\xi;$$

repe-

reperiemus

$$\mathfrak{B} = M \left(\frac{m(1-k)}{k} - 1 \right) = \frac{s m (1-k) - s k}{k(m-1)}$$

$$B = \frac{s m (1-k) - s k}{m(1-k) + s k} \text{ deinde}$$

$$\mathfrak{C} = -M((1-k)m + 1) - 1 = -\frac{m(1-k)m + 1}{m-1}$$

$$C = -\frac{m(1-k)m + 1}{m(1-k) + s k}$$

§. 5. Nunc igitur ad intervalla lentium respiciamus, ac primum quidem erit $= \alpha \left(1 - \frac{k}{m(1-k)} \right)$ quod semper est positivum ob $k < 1$, secundum autem erit $= -\frac{B\alpha}{P} \left(1 + \frac{1}{k} \right)$, quod positivum esse nequit nisi B sit numerus negativus. Cum igitur numerator ipsius B sit positivus, denominator negativus esse oportet, unde sequitur $4k < 3$ et $k < \frac{3}{4}$, tertium autem intervallum est $= -\frac{BC\alpha}{(1-k)m} (2-k)$ unde patet BC esse debere negativum; quia igitur B iam est negativum, oportet esse C positivum; ob numeratorem vero ipsius C negativum, videamus an denominator etiam negativus reddi possit: quod cum fieri nequeat, patet hunc casum locum habere non posse, quo erat $P > 0$.

§. 6. Tribuamus igitur litterae P valorem negativum; et nunc vel Q vel R debet esse negativum. Sit primo Q negativum et ponamus $Q = -k$ Casus quo $P < 0$ et $Q > 0$
erit $1 - \frac{1}{k} - \frac{1}{kR} = 0$, unde fit $R = \frac{1}{k-1}$, sicque R debet esse positivum; erit igitur

$$PQR = -\frac{Pk}{k-1} = +m$$

ideoque

$$P = -\frac{m(k-1)}{k} \text{ et } PQ = +m(k-1)$$

O o o 2

unde

vnde colligimus

$$B = -M \left(1 + \frac{m(k-1)}{k} \right) = -\frac{sm(k-1) - sk}{k(m-1)}$$

$$B = -\frac{sm(k-1) - sk}{m(k-1) + 2k} \text{ deinde}$$

$$C = M(m(k-1) - 1) - 1 = \frac{m(sk-1) - 2}{m-1} \text{ et}$$

$$C = \frac{m(sk-1) - 2}{m(s-1) + 1}$$

§. 7. Examinemus nunc pariter singula intervalla, ac primum quidem $\alpha(1 - \frac{1}{k})$ certe est positivum, secundum $-\frac{B\alpha}{P}(1 + \frac{1}{k})$ vbi ob P negativum B debet esse positivum; cuius numerator cum sit negativus etiam denominator debet esse negativus, quod autem fieri nequit: vnde etiam hic casus $P < 0$ et $Q < 0$ locum habere nequit, quare tertium casum evoluamus quo $P < 0$ et $R < 0$.

Casus quo $P < 0$ et loco k scribamus $-k$ eritque

$$P = -\frac{m(k+1)}{k}; \quad Q = +k \text{ et } R = \frac{-1}{k+1} \text{ hincque } PQ = -m(k+1)$$

ex his porro colligitur

$$B = -\frac{sm(k+1) - sk}{k(m-1)}; \quad B = \frac{-sm(k+1) - sk}{m(k+1) + 2k}$$

$$C = \frac{-m(k+1) - 2}{m-1}; \quad C = \frac{-m(sk+1) - 2}{m(s+1) + 1}$$

iam quia primum intervallum nulla laborat difficultate; secundum intervallum est $-\frac{B\alpha}{P}(1 - \frac{1}{k})$ vbi duo casus occurrunt prout fuerit $k > 1$ vel $k < 1$. Sit

1°. $k > 1$ et quia P est negativum necesse est vt sit $B > 0$ quod autem fieri nequit.

II°.

II°. Sit igitur $k < 1$ et fieri debet B negativum quod sponte euenit; tertium autem intervallum est $-\frac{BC\alpha}{m(k+1)}(2+k)$ vnde patet C esse debere positivum, cuius numerator cum sit manifesto negativus denominator vero positivus, etiam hic casus locum habere nequit: quocirca nunc quidem certum est, in hoc genere per quaternas lentes campum apparentem $\Phi = \frac{2\xi}{m-1}$ obtineri non posse.

§. 9. Hinc igitur intelligimus omnes tres lentes simul adhiberi non posse ad campum apparentem augendum, quocirca assumamus esse

$$\pi = +\frac{1}{2}\xi \text{ et } \pi^I = +\xi \text{ et } \pi^H = -\xi$$

eritque pro campo apparente

$$\Phi = \frac{2\xi}{2(m-1)} \text{ hinc } M = \frac{x}{2(m-1)}$$

tum vero erit

$$B = \frac{s(1-P)}{m-1}; \quad C = \frac{3PQ + m-1}{2(m-1)}$$

aequatio autem pro margine colorato erit

$$\frac{P}{2P} - \frac{P}{PQ} - \frac{1}{PQR} = 0 \text{ siue } 1 - \frac{P}{Q} - \frac{P}{QR} = 0$$

vbi notandum, trium litterarum P, Q et R duas esse debere negativas; ponamus primo P et R esse negativas et sit $Q = +k$ eritque $1 - \frac{P}{k} - \frac{P}{kR} = 0$ vnde reperitur $R = \frac{-2}{2-k}$

hinc patet esse $k < 2$ vnde erit

$$PQR = -\frac{2kP}{2-k} = m \text{ ideoque } P = -\frac{m(2-k)}{2} \text{ et } P < 0 \text{ et } R < 0.$$

$$PQ = -\frac{2kP}{2-k}$$

O o o 3

ex

ex his iam valoribus habebimus

$$\mathfrak{B} = \frac{s(2k+m(2-k))}{2k(m-1)}; \quad \mathfrak{C} = \frac{m(s k - 4) - s}{4(m-1)}$$

vnde sequitur

$$B = \frac{s(2k+m(2-k))}{m(s k - 4) - s k} \quad \text{et} \quad C = \frac{m(s k - 4) - s}{m(s - s k) - s}$$

§. 10. Quod ad intervalla attinet, primum per se est positivum

$$a(1 - \frac{1}{k}) = a(1 + \frac{2k}{m(2-k)})$$

secundum autem intervallum $= -\frac{B\alpha}{P}(1 - \frac{1}{k})$ vbi duo casus considerandi veniunt prout fuerit vel $k > 1$ vel $k < 1$.

I°. Primo fit $k > 1$, ideoque $1 - \frac{1}{k} > 0$, quia P est negativum, B debet esse positivum, quod ut eveniat, esse debet $k > \frac{6}{5}$ attamen $k < 2$.

II. Sin autem fit $k < 1$; B debet esse negativum, cuius numerator cum sit positivus, deberet esse $k < \frac{6}{5}$ quod per se evenit.

§. 11. Tertium intervallum erat $\frac{BC\alpha}{PQ}(1 - \frac{1}{k})$; vnde patet ob PQ negativum etiam BC negativum esse debere; quare binos casus praecedentes percurramus.

I. Priore casu $k > \frac{6}{5}$ quo B positivum, debet esse C negativum, cuius denominator cum sit per se positivus, numerator debet esse negativus quod fit si fit $k < \frac{4}{3}$, vnde hos duos limites habemus. $k < \frac{4}{3}$ et $k > \frac{6}{5}$. Praeterea erat $s = -\frac{BC\alpha}{m}$ ideoque ob $B > 0$ et $C < 0$ uti requiritur.

§. 12.

§. 12. Examinemus quoque alterum casum vbi ob $k < 1$ et B negativum, debet esse C positivum cuius denominator cum per se sit positivus debet esse $k > \frac{4}{3}$; quod quia fieri nequit hic casus secundus locum habere nequit.

Evolutio casus prioris.

quo $k > \frac{6}{5}$ et $k < 2$.

§. 13. Sumamus igitur $k = \frac{5}{4}$ et sequentes nanciscemur determinaciones:

$$P = -\frac{1}{10}m; \quad Q = \frac{5}{4}; \quad R = -\frac{1}{2}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{9m+30}{10(m-1)}; \quad B = \frac{9m+10}{m-40}; \quad \mathfrak{C} = \frac{-m-12}{10(m-1)}; \quad C = \frac{-m-12}{17m+16}$$

vnde elementa deriuntur

$$b = \frac{10\alpha}{3m}; \quad \mathfrak{E} = \frac{10(9m+10)}{m(m-40)}\alpha; \quad c = -\frac{9(9m+10)}{m(m-40)}\alpha;$$

$$\gamma = +\frac{9(9m+10)(m+32)}{m(m-40)(17m+16)}\alpha; \quad d = \frac{9(9m+10)(m+32)}{m(m-40)(17m+16)}\alpha$$

hinc intervalla lentium

$$I - II = a + b = \frac{(9m-10)}{3m}\alpha$$

$$II - III = \mathfrak{E} + c = \frac{9(9m+10)}{m(m-40)}\alpha$$

$$III - IV = \gamma + d = \frac{18(9m+10)(m+32)}{m(m-40)(17m+16)}\alpha$$

distanciae focales

$$p = a; \quad q = \frac{9m+10}{m(m-1)}\alpha; \quad r = +\frac{(m-32)(9m+10)}{2m(m-40)(m-40)}\alpha;$$

$$s = \frac{9(9m+10)(m+32)}{m(m-40)(17m+16)}\alpha$$

distancia autem oculi $= \frac{9(m-1)}{3m}$ et semidiameter campi apparentis

$$\Phi = \frac{3\mathfrak{E}}{2(m-1)} = \frac{100}{m-1} \text{ min.}$$

§. 14.

§. 14. Haec igitur species locum habere nequit nisi multiplicatio m multo sit maior quam 40, tum autem ut supra loco lentis obiectivae substituaturs lens nostra triplicata perfecta iam aliquoties descripta, sumendo $\Pi = \frac{m}{4}$ dig. et $\alpha = 0,25578 m$. Intervallum autem inter hanc lentem obiectivam, et lentem q debet esse $= \frac{1}{2} m + b$; reliquae determinationes hinc facile deducuntur, quandoquidem ob confusionem sequentium lentium constructio lentis obiectivae vix quicquam immutatur.

Evolutio casus

quo $P > 0$ ideoque Q et R negativae.

§. 15. Quia igitur Q negativum loco k scribamus $-k$ eritque

$$P = + \frac{m(2+k)}{2k}; \quad R = \frac{-2}{2+k}$$

existente $Q = -k$

vnde erit ut ante $\Phi = \frac{2}{2(m-1)}$, porro vero erit

$$\mathfrak{B} = \frac{-1 m(2+k) + 6k}{2k(m-1)}; \quad B = \frac{-2 m(2+k) + 6k}{m(5k+6) - 6k}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{-m(5k+6) - 6}{2(m-1)}; \quad C = \frac{-m(5k+6) - 6}{m(5k+6) + 6}$$

§. 16. Nunc igitur secundum intervallum erit $= \frac{2}{P}(1+k)$, ob P positivum hoc intervallum postulât ut B sit negativum, quod sponte evenit, tertium autem intervallum $\frac{B \mathfrak{C} \alpha}{P Q} (1+k)$, vnde C debet esse positivum, quod plane fieri nequit.

EVO-

EVOLVTIO TELESCOPIORVM

pro casu in tomo secundo Dioptricae.
pag. 393. exposito.

§. 17. Haec telescopiorum species imprimis memorabilis sequenti modo est determinata: proposita multiplicatione quacunque m quaeratur numerus $k = -m + \sqrt{2m(m-1)}$ et distantiae focales lentium ita determinabuntur

$$p = \alpha; \quad q = \frac{\alpha}{k}; \quad r = \frac{2\alpha}{k} \quad \text{et} \quad s = \frac{2\alpha}{m}$$

vbi numerum \mathfrak{D} pro arbitrio assumere licet; tum vero intervalla lentium ita se habebunt

$$I - II = p + q = \alpha(1 + \frac{1}{k})$$

$$II - III = \eta \alpha = (\frac{k+1}{k}) \alpha + \frac{2\alpha(\sqrt{2m(m-1)}}{2kk}$$

$$III - IV = r + s = 2\alpha(\frac{1}{k} + \frac{1}{m})$$

$$\text{oculi autem distantia est} = \frac{s(m-1)}{\sqrt{2m(m-1)}}$$

§. 18. Nunc igitur ad perfectionem huius speciei telescopiorum nihil aliud requiritur nisi ut loco lentis obiectivae P nostra lens triplicata substituaturs sumendo $\Pi = \frac{m}{4}$ digit. eamque ante lentem secundam statuendo ad distantiam $\frac{1}{2} m + q$, tum vero erit $\alpha = 0,25578 m$. Praeterea, ut lentes oculares maximam aperturam admittant eas vtrinque aequaliter convexas parari convenit, ex quo radius vtriusque faciei pro lente q erit $1,06 q$, pro lente $r = 1,06 r$ et pro lente $s = 1,06 s$. Denique campi apparentis semidiameter in minutis primis erit

$$\Phi = \frac{1217}{\sqrt{m(m-1)}} = \frac{1217}{\sqrt{2m(m-1)}} \quad \text{siue} \quad \Phi = \frac{1217}{m+k}$$

Tom. XVII. Nou. Comm.

P p p

§. 19.

§. 19. Quo autem facilius haec formulae ad calculum reuocari possint, sequentem tabulam subiungamus:

m	$\sqrt{2m(m+1)}$	k	η
10	13,416	3,416	0,3784 + 1,1497.9
20	27,568	7,568	0,1495 + 0,4813.9
30	41,713	11,713	0,0927 + 0,3040.9
40	55,857	15,857	0,0670 + 0,2221.9
50	70,000	20,000	0,0525 + 0,1750.9
75	105,357	30,357	0,0340 + 0,1143.9
100	140,712	40,712	0,0252 + 0,0849.9
150	211,424	61,424	0,0165 + 0,0560.9
200	282,135	82,135	0,0123 + 0,0418.9
300	423,556	123,556	0,0081 + 0,0277.9
400	564,978	164,978	0,0061 + 0,0207.9

APPLICATIO

ad eam telescopiorum speciem, quae in Dioptricae tomo 2^{do} pag. 448. est exposita.

§. 20. Haec species prae caeteris omni attentione digna videtur, quia campus apparens pro lubitu augeri potest, ita ut eius semidiameter fiat $\Phi = \frac{12}{m + \sqrt{m}}$ quia autem ibi lens obiectiua assumpta est duplicata hic pro instituto nostro lente simplici vicaria utamur, unde litterae P, B et C penitus ex formulis ibi datis sunt excludendae, sequentes vero vno gradu

du remouendae; hinc igitur ex loco citato sequentes habebimus valores

$$P = \frac{2i\sqrt{m}}{1+i}; Pk = \sqrt{m}; Pk' = im; Pk'k'S = \frac{im}{2}; Pk'k'ST = \frac{im}{3}; Pk'k'STU = \frac{im}{4} \text{ etc.}$$

ita ut horum productorum vltimum sit $\frac{im}{4} = m$ sicque omnium lentium numerus erit $= i + 3$.

§. 21. Praeterea habebimus sequentes numeros

$$\begin{aligned} B &= \frac{-2i\sqrt{m} + i + 1}{(1+i)(1+\sqrt{m})} & B &= \frac{-2i\sqrt{m} + i + 1}{(1+i)\sqrt{m}} \\ C &= \frac{9}{1+i} & C &= 9 \\ D &= \frac{i(1+i\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}} & D &= \frac{-(i+i\sqrt{m})}{(1-i)(1+(1+i)\sqrt{m})} \\ E &= \frac{i(2+i\sqrt{m})}{2(1+\sqrt{m})} - 1 & E &= \frac{-(2(1-i) + (1-i)\sqrt{m})}{(1-i)(2 + (1+i)\sqrt{m})} \\ F &= \frac{i(3+i\sqrt{m})}{3(1+\sqrt{m})} - 2 & F &= \frac{-(3(1-i) + (1-i)\sqrt{m})}{(1-i)(3 + (1+i)\sqrt{m})} \\ G &= \frac{i(4+i\sqrt{m})}{4(1+\sqrt{m})} - 3 & G &= \frac{-(4(1-i) + (1-i)\sqrt{m})}{(1-i)(4 + (1+i)\sqrt{m})} \\ & \text{etc.} & & \text{etc.} \end{aligned}$$

Pro priori columna littera penultima erit $\frac{2(i-1) + (1-i)\sqrt{m}}{(1-i)(1+\sqrt{m})}$ vltima vero $= 1$.

§. 22. Ex his litteris distantiae determinatrices singularum lentium sequentibus formulis exprimentur

$$\begin{array}{ll}
 b = -\frac{\alpha}{P} & \mathfrak{B} = -\frac{B\alpha}{P} \\
 c = -\frac{B\alpha}{Pk} & \gamma = -\frac{BC\alpha}{Pk} \\
 d = -\frac{BC\alpha}{Pkk'} & \delta = -\frac{BCD\alpha}{Pkk'} \\
 e = +\frac{BCD\alpha}{Pkk'S} & \varepsilon = +\frac{BCDE\alpha}{Pkk'S} \\
 f = -\frac{BCDE\alpha}{Pkk'ST} & \zeta = -\frac{BCDEF\alpha}{Pkk'ST} \\
 g = +\frac{BCDEF\alpha}{Pkk'STU} & \eta = +\frac{BCDEFG\alpha}{Pkk'STU} \\
 \text{etc.} & \text{etc.}
 \end{array}$$

23. Hinc porro distantiae focales singularum lentium ita definientur

$p = \alpha$; $q = \mathfrak{B}b$; $r = \mathfrak{C}c$; $s = \mathfrak{D}d$; $t = \mathfrak{E}e$ etc. quarum ultima si vocetur $= z$ post eam oculus teneri debet ad distantiam

$$= \frac{m + \sqrt{m}}{1 + m} z = \frac{1 + \sqrt{m}}{1 + \sqrt{m}} z$$

vnde tantus campus conspicietur cuius semidiameter in minutis primis erit $\frac{59.1}{m + \sqrt{m}}$

caeterum littera \mathfrak{B} quae hic est introducta penitus arbitrio nostro relinquitur, eamque ita assumi convenit ut distantiae focales ultimarum lentium satis modicae magnitudinis euadant, scilicet ne minores fiant quam unus digitus vel ad summum $\frac{1}{2}$ digit.

§. 24. Denique si $\lambda, \lambda', \lambda'', \lambda''', \lambda''''$ etc. denotent ordine numeros arbitrarios ad formationem singularum lentium pertinentes, confusio illa Ω ex qua lentem obiectiuam siue duplicatam siue triplicatam determinari oportet sequenti modo expressa prodibit

$$\Omega =$$

$$\begin{aligned}
 \Omega = & -\frac{1}{\mathfrak{B}} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} \right) - \frac{1}{B^2 Pk} \left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}} \right) \\
 & - \frac{1}{B^2 C^2 Pk k'} \left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}} \right) + \frac{1}{B^2 C^2 D^2 Pk k' S} \left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}} + \frac{\nu}{E\mathfrak{E}} \right) \text{ etc.}
 \end{aligned}$$

vbi pro secunda lente sumi potest $\lambda' = z$ et $\lambda'' = 1$ reliquae autem ita debent esse comparatae, ut singulae lentes prodeant vtrique aequaliter conuexae. Caeterum hi termini valorem Ω praebentes plerumque tam erunt exigui ut inde in constructionem lentis obiectiuae multiplicatae vix vlla mutatio sensibilis ingrediatur, ob quam causam etiam parum referet, vtrum lentes secunda et tertia etiam parentur aequaliter conuexae nec ne.

§. 24. Quod denique ad aperturas lentium atinet, si primae obiectiuae semidiameter aperturae fuerit $= X$, secundae semidiameter debet esse

$$= \frac{1}{\sqrt{m}} \frac{q}{4} \pm \frac{X(1 + \sqrt{m})}{2 + \sqrt{m}}; \text{ tertiae} = 0.7 \pm \frac{X}{\sqrt{m}};$$

$$\text{quartae} = \frac{1}{4} \pm \frac{X}{1 + m}; \text{ quintae} = \frac{1}{4} \pm \frac{X}{1 + m};$$

$$\text{sextae} = \frac{1}{4} \pm \frac{X}{1 + m} \text{ etc.}$$

vbi notandum est: partes posteriores nihil ad campum augendum conferre, sed ideo tantum esse adiectas, ut aequabilis claritas per totum campum obtineatur, quam conditionem non adeo necesse est adimpleri. Hinc igitur pro variis valoribus litterae i sequentes casus euoluamus.

CASVS I.

quo $i=1$, numerus lentium $=4$ et semidiameter campi $\Phi = \frac{159}{m+\sqrt{m}}$ min.

§. 25. Pro hoc igitur casu habebimus sequentes valores principales, ex quibus omnes determinationes facile deducuntur:

$$\begin{array}{l} P = \sqrt{m} \\ Pk = \sqrt{m} \\ Pkk' = m \end{array} \quad \left\| \begin{array}{l} B = \frac{-\sqrt{m}+1}{1+\sqrt{m}} \\ C = \frac{9}{1+9} \\ D = 1 \end{array} \right. \quad \left\| \begin{array}{l} B = \frac{-\sqrt{m}+1}{2\sqrt{m}} \\ C = 9 \\ E = \frac{-\sqrt{m}-1}{2(1+\sqrt{m})} = \infty \end{array} \right.$$

CASVS II.

quo $i=2$, numerus lentium $=5$ et semidiameter campi $\Phi = \frac{1719}{m+\sqrt{m}}$ min.

§. 26. Pro hoc igitur casu, nostrae litterae principales sequentes accipiunt valores

$$\begin{array}{l} P = \frac{1}{5}\sqrt{m} \\ Pk = \sqrt{m} \\ Pkk' = 2m \\ Pkk'S = m \end{array} \quad \left\| \begin{array}{l} B = \frac{-\frac{1}{5}\sqrt{m}+1}{5(1+\sqrt{m})} \\ C = \frac{9}{1+9} \\ D = \frac{2+\frac{1}{5}\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}} \\ E = \frac{1}{4} \end{array} \right. \quad \left\| \begin{array}{l} B = \frac{-\frac{1}{5}\sqrt{m}+1}{7\sqrt{m}} \\ C = 9 \\ D = \frac{2-\frac{1}{5}\sqrt{m}}{1+2\sqrt{m}} \\ E = \infty \end{array} \right.$$

CASVS III.

Quo $i=3$, numerus lentium $=6$ et semidiameter campi $\Phi = \frac{2577}{m+\sqrt{m}}$ min.

§. 27. Pro hoc igitur casu nostrae litterae principales sequentes accipiunt valores

$$P =$$

$$\begin{array}{l} P = \frac{1}{2}\sqrt{m} \\ Pk = \sqrt{m} \\ Pkk' = 3m \\ Pkk'S = \frac{1}{2}m \\ Pkk'ST = m \end{array} \quad \left\| \begin{array}{l} B = \frac{-\frac{1}{2}\sqrt{m}+1}{2(1+\sqrt{m})} \\ C = \frac{9}{1+9} \\ D = \frac{3\sqrt{m}+1}{1+\sqrt{m}} \\ E = \frac{7\sqrt{m}+1}{2(1+\sqrt{m})} \\ F = 1 \end{array} \right. \quad \left\| \begin{array}{l} B = \frac{-\frac{1}{2}\sqrt{m}+1}{5\sqrt{m}} \\ C = 9 \\ D = \frac{-\frac{1}{2}\sqrt{m}-1}{2(1+\sqrt{m})} \\ E = \frac{-\frac{1}{2}\sqrt{m}-1}{2+5\sqrt{m}} \\ F = \infty \end{array} \right.$$

CASVS IV.

Quo $i=4$, numerus lentium $=7$ et campi semidiameter $\Phi = \frac{3435}{m+\sqrt{m}}$ min.

§. 28. Pro hoc igitur casu sequentes consequimur valores principales

$$\begin{array}{l} P = \frac{1}{5}\sqrt{m} \\ Pk = \sqrt{m} \\ Pkk' = 4m \\ Pkk'S = 2m \\ Pkk'ST = \frac{1}{5}m \\ Pkk'STU = m \end{array} \quad \left\| \begin{array}{l} B = \frac{-\frac{1}{5}\sqrt{m}+1}{5(1+\sqrt{m})} \\ C = \frac{9}{1+9} \\ D = \frac{16\sqrt{m}+1}{1+\sqrt{m}} \\ E = \frac{7\sqrt{m}+1}{1+\sqrt{m}} \\ F = \frac{16\sqrt{m}+6}{5(1+\sqrt{m})} \\ G = 1 \end{array} \right. \quad \left\| \begin{array}{l} B = \frac{-\frac{1}{5}\sqrt{m}+1}{15\sqrt{m}} \\ C = 9 \\ D = \frac{-16\sqrt{m}-1}{2(1+5\sqrt{m})} \\ E = \frac{-7\sqrt{m}-1}{2+5\sqrt{m}} \\ F = \frac{-16\sqrt{m}-5}{5+7\sqrt{m}} \\ G = \infty \end{array} \right.$$

§. 29. In hoc telescopiorum genere tertia lens singularia suppeditat phaenomena; cum enim primo quam minimam requirat aperturam, ea commodissime vicem geret diaphragmatis, quo radii peregrini ab introitu in lentes sequentes arcentur; deinde vero quia portio confusionis ex hac lente nata est

$$= -\frac{1}{B^2\sqrt{m}} \left(\frac{\sqrt{1+9}}{9^2} + \frac{\sqrt{1+9}}{9^2} \right)$$

non

non solum ob $\frac{(1+9)^2}{9}$ numerum satis notabilem ac unitate semper maiorem haec quantitas unitatem non mediocriter superabit etiam si capiatur $\lambda'' = 1$, sed etiam quia $\frac{1}{B^2}$ sit numerus plerumque satis magnus; cum enim primo casu quo $i = 1$ sit

$$B = \frac{-\sqrt{m+1}}{2\sqrt{m}} \text{ erit } -\frac{1}{B} = \frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{m-1}} \text{ et } -\frac{1}{B^2\sqrt{m}} = \frac{2m}{(\sqrt{m-1})^2}$$

Casu autem secundo quo $i = 2$ est

$$B = \frac{-\sqrt{m+2}}{3\sqrt{m}} \text{ hinc } -\frac{1}{B} = \frac{3\sqrt{m}}{\sqrt{m-2}} \text{ et } -\frac{1}{B^2\sqrt{m}} = \frac{4.5m}{(\sqrt{m-2})^2}$$

tertio vero casu quo est

$$B = \frac{-\sqrt{m+3}}{4\sqrt{m}} \text{ erit } -\frac{1}{B} = \frac{4\sqrt{m}}{(\sqrt{m-3})^2};$$

Quarto denique casu ob

$$B = \frac{-\sqrt{m+4}}{5\sqrt{m}} \text{ erit } -\frac{1}{B} = \frac{5\sqrt{m}}{(\sqrt{m-4})^2} \text{ etc.}$$

hinc igitur littera nostra Ω tantum accipere poterit augmentum, ut lens obiectiva triplicata satis notabilem mutationem subire queat, quam in praxi negligere nequaquam licebit, id quod unico exemplo ostendisse sufficiet.

EXEMPLVM TELESCOPII

ex sex lentibus compositi quod obiecta centies multiplicet.

§. 30. Hic igitur erit $i = 3$, unde valores ex casu tertio depromere oportet; tum vero semidiameter campi erit $\Phi = 23\frac{1}{2}$ min. ideoque instar spatii circularis in coelo spectabitur cuius semidiameter erit $= 34''. 10'$ ideoque diameter $68''. 20'$; tum ve-

ro

ro assumamus $9 = 3$, unde sequentes prodibunt valores:

$$\begin{array}{l} P = 15 \\ Pk = 10 \\ Pkk' = 300 \\ Pkk'S = 150 \\ Pkk'ST = 100 \end{array} \quad \begin{array}{l} B = -\frac{1}{11} \\ C = \frac{2}{3} \\ D = \frac{2}{11} \\ E = \frac{2}{11} \\ F = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} B = -\frac{1}{11} \\ C = 3 \\ D = -\frac{2}{11} \\ E = -\frac{2}{11} \\ F = 9 \end{array}$$

horum igitur numerorum logarithmos in subsidium calculi adponamus

$$\begin{array}{l} \text{logar. } P = 1,1760913 \\ \text{logar. } Pk = 1,0000000 \\ \text{log. } Pkk' = 2,4771213 \\ \text{log. } Pkk'S = 2,1760913 \\ \text{log. } Pkk'ST = 2,0000000 \end{array} \quad \begin{array}{l} B = (-) 0,1047358 \\ C = (+) 9,8750613 \\ D = (+) 0,9270902 \\ E = (+) 0,5268090 \\ F = (+) 0,0000000 \end{array} \quad \begin{array}{l} B = (-) 9,7481883 \\ C = (+) 0,4771213 \\ D = (-) 0,0546690 \\ E = (-) 0,1532284 \\ F = \infty \end{array}$$

§. 31. Ex his igitur valoribus definiamus singularum lentium distantias determinatrices, quas cum suis logarithmis singulas hic apponamus

$$\begin{array}{l} b = -0,0666a \\ c = +0,0500a \\ d = +0,0056a \\ e = +0,0127a \\ f = +0,0271a \end{array} \quad \begin{array}{l} lb = (-) 8,8239087 \\ lc = (+) 8,7481883 \\ ld = (+) 7,7481883 \\ le = (+) 8,1038873 \\ lf = (+) 8,4332070 \end{array} \quad \begin{array}{l} g = +0,0373a \\ \gamma = +0,1680a \\ \delta = -0,0063a \\ \varepsilon = -0,0181a \\ \zeta = \infty \end{array}$$

$$\begin{array}{l} lg = (+) 8,5720970 \\ l\gamma = (+) 9,2253096 \\ l\delta = (-) 7,8028573 \\ l\varepsilon = (-) 8,2571157 \\ l\zeta = \infty \end{array}$$

§. 32. Ex his porro valoribus deriuemus interualla lentium, tum vero etiam distantias focales cum suis logarithmis:

$$\begin{aligned} \text{I} - \text{II} &= a + b = 0,9333.a \parallel q = 0,0848.a \parallel lq = 8,9286445 \\ \text{II} - \text{III} &= b + c = 0,0933.a \parallel r = 0,0420.a \parallel lr = 8,6232496 \\ \text{III} - \text{IV} &= c + d = 0,1736.a \parallel s = 0,0473.a \parallel ls = 8,6752785 \\ \text{IV} - \text{V} &= d + e = 0,0064.a \parallel t = 0,0427.a \parallel lt = 8,6306963 \\ \text{V} - \text{VI} &= e + f = 0,0090.a \parallel u = 0,0271.a \parallel lu = 8,4332070 \end{aligned}$$

distantia oculi ab vltima lente $= \frac{u(m+1)}{s \sqrt{m}} = 0,010a.$

§. 33. Nunc igitur videamus quanta confusio ex tertia lente oriatur, quae, vt tam parua oriatur quam fieri potest sumamus $\lambda'' = 1$, et cum sit

$$1 - \frac{1}{BPR} = 9,7554351 \text{ erit } \frac{\lambda''}{B'GPR} = 1,3497$$

unde, si pro reliquis lentibus circiter vnam partem quartam vnitatis computemus, fiet $\Omega = 1,60$; hinc igitur, pro constructione lentis triplicatae quam supra tertio loco descripsimus, habebimus

$$\lambda = 2,37 \text{ hinc } \lambda - 1 = 1,37 \text{ et } \sqrt{\lambda - 1} = 1,17$$

quocirca pro lente obiectiua composita lentis primae coronariae

radius faciei anterioris erit $= \frac{0,43 \cdot \Pi}{0,62}$ et posterioris $= \frac{0,43 \cdot \Pi}{1,41}$; hinc igitur si sumamus $\Pi = \frac{m}{4} = 25$ pro hac lente reperietur

Radius

$$\text{Radius faciei } \begin{cases} \text{anterioris} = 19\frac{1}{2} \text{ dig.} \\ \text{posterioris} = 8\frac{1}{2} \text{ dig.} \end{cases}$$

binæ reliquæ lentes ad obiectiuam pertinentes manent vti supra sunt assignatae, sumto $\Pi = \frac{m}{4} = 25$ dig. Tum vero vt reliquæ lentes cum hac obiectiua debite iungantur, sumi debet

$$a = 0,2558 \text{ } m = 25,58 \text{ dig.}$$

et lens obiectiua ante nostram sequentem lentem constitui debet ad distantiam

$$\Pi + b = \frac{1}{2} m = 0,066 a = 23,31 \text{ digit.}$$

§. 34. Cum igitur sit $a = 25,58$ digit. erit $la = 1,40790$ vnde colligimus distantias focales sequentium lentium in digitis

$$q = 2,170 \text{ dig.; } r = 1,074 \text{ dig.; } s = 1,211 \text{ dig.;$$

$$t = 1,092 \text{ dig.; } u = 0,693$$

tum vero interualla harum lentium omisso primo quippe quod iam est assignatum erunt

$$\text{II} - \text{III} = 2,39 \text{ dig.; } \text{III} - \text{IV} = 4,45 \text{ dig.;$$

$$\text{IV} - \text{V} = 0,16 \text{ dig.; } \text{V} - \text{VI} = 0,23 \text{ dig.}$$

quibus accedit distantia oculi ab vltima lente $= 0,23$ dig. interim tamen etiam primum interuallum quod hic erat $a + b = 23,91$ ideo notari meretur: quoniam, si in hoc loco obiectum constituitur, eius imago per secundum lentem q proiecta in locum tertiae lentis cadere debet.

Qq q 2

§. 35.

§. 35. Restat igitur vt adhuc constructionem sequentium lentium doceamus. Pro secunda quidem lente q supra notauimus sumi posse $\lambda' = 1$; vt autem haec lens etiam alteram partem aperturæ a littera X pendentem recipere possit, statuamus $\lambda' = 2$ et eius constructio ita si habebit

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{q}{\sigma - \mathcal{B}(\sigma - \varrho) - \tau} = \frac{q}{1,8614} = 1,16 \text{ dig.}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{q}{\varrho + \mathcal{B}(\sigma - \varrho) + \tau} = \frac{q}{0,0029} = 869,71 d.$$

vbi est $\mathcal{B}(\sigma - \varrho) = -1,1264$.

Patet ergo hanc lentem conuexo-planam confici posse, dummodo distantiam focalem assignatam obtineat: tanto maiorem autem industriam adhibere oportet in formatione tertiæ lentis pro qua sumimus $\lambda'' = 1$ vnde hinc erit pro ista lente

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{r}{\sigma - \mathcal{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{0,5050} = 1,836 \text{ dig.}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{r}{\varrho + \mathcal{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{1,1019} = 0,825 \text{ dig.}$$

vbi est $\mathcal{C}(\sigma - \varrho) = 1,07520$.

Reliquæ tres lentes debent esse aequaliter conuexæ vnde erit

Radius vtriusque faciei

Pro lente quarta $s = 1,283 \text{ dig.}$

Pro lente quinta $t = 1,157 \text{ dig.}$

Pro lente sexta $u = 0,734 \text{ dig.}$

CON-

CONSTRUCTIO TELESCOPII

pro multiplicatione $m = 100$.

§. 36. Constat igitur hoc telescopium ex sex lentibus, quarum prima autem est triplicata: constructio sequentibus articulis continetur.

I°. Lentis obiectiuæ distantia focalis est $= 25 \text{ dig.}$
et semidiameter aperturæ $= 2 \text{ dig.}$

1°. Eius primæ lentis coronariæ conuexæ distantia focalis est $= 11,137 \text{ dig. et}$

Radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = 19\frac{1}{2} \text{ dig.} \\ \text{posterioris} = 8\frac{1}{2} \text{ dig.} \end{array} \right.$

2°. A medio huius lentis ad medium sequentis, intervallum est $= 0,566 \text{ dig.}$

3°. Secundæ lentis conuexæ et ex vitro crystallino parandæ distantia focalis est $= -6,296 \text{ dig. et}$

Radius vtriusque faciei $= -7,883 \text{ dig.}$

4°. A medio huius ad medium tertiæ, intervallum esto $= 0,566 \text{ dig.}$

5°. Tertiæ lentis coronariæ distantia focalis est $= 11,010 \text{ digit. et}$

Radius vtriusque faciei $= 11,671$.

II. A lente obiectiuâ vsque ad secundam lentem statuatur distantia $= 23,31$.

III. Secundæ lentis ex vitro coronario parandæ distantia focalis $= 2,170 \text{ dig. et}$

Q q q 3

Radius

Radius faciei { anterioris = 1, 160 dig.
 posterioris = 869, 710 dig.

Tum vero eius semidiameter aperturæ = 0, 163 + $\frac{1}{11}$ dig.

IV. Ab hac lente vsque ad tertiam statuatur interval-
 lum = 2, 39 dig.

V. Tertiae lentis eidem coronariae distantia foca-
 lis est = 1, 074 dig.

Radius faciei { anterioris = 1, 836 dig.
 posterioris = 0, 825 dig.

Et semidiameter aperturæ = 0, 44 dig.

VI. A lente tertia vsque ad quartam statuatur in-
 tervallum = 4, 45 dig.

VII. Quartae lentis coronariae distantia focalis
 = 1, 211 dig.

Radius utriusque faciei = 1, 253 dig.

Et semidiameter aperturæ = 0, 303 + $\frac{1}{11}$ dig.

VIII. Ab hac lente vsque ad quintam interval-
 lum = 0, 16 dig.

IX. Quintae lentis coronariae distantia focalis
 = 1, 092 dig.

Radius utriusque faciei = 1, 157 dig. et

Semidiameter aperturæ = 0, 273 + $\frac{1}{11}$ digit.

X. Ab hac lente ad ultimam statuatur interval-
 lum = 0, 23 dig.

XI. Ultimae lentis distantia focalis est = 0, 693

Radius utriusque faciei = 0, 734 et

Semi-

Semidiameter aperturæ = 0, 173 + $\frac{1}{11}$ dig.

XII. Ab hac lente vsque ad oculum distantia sit
 = 0, 23 dig.

XIII. Tum vero semidiameter campi apparentis
 erit = 23 $\frac{1}{2}$ min. qui instar spatii circularis in coelo
 spectabitur cuius semidiameter est = 34 gr. 10 min.

XIV. Tandem longitudo totius tubi erit 32, 47 dig.

Quia tres lentes ultimae proprie lentem ocu-
 larem constituunt, eae simul capsulae mobili inseran-
 tur, ut pro indole oculi paulisper vel admoueri vel
 remoueri possint.

ADDI-

ADDITAMENTVM.

§. 1.

Postquam haec iam scripseram, in manus incidit notissimum volumen Comment. Acad. Reg. Paris. in quo satis ampla descriptio lentium obiectiviarum compositarum reperitur, a Dno. *Jeaurat* elaborata, ubi autem tantum confusio a diuersa radiorum refractione oriundae occurritur, altera confusione ab apertura oriunda penitus neglecta, vnde ab his lentibus obiectiuis neutiquam fructus speratus expectari potest.

§. 2. Egregia autem experimenta affert, quibus tam refractionem quam dispersionem radiorum pro vtraque vitri specie, coronaria scilicet, cui vitrum venetum aequiualeat censet, et crystallo anglica seu Flintglass determinat. Inuenit autem pro hac postrema specie refractionem mediam vt 160 : 100, dispersionem autem vitri veneti ad crystalum vt 18 : 31. quae determinationes, siue omni vitro huius speciei conueniant siue secus, omnino merentur vt meos calculos circa constructionem lentium triplicatarum etiam ad hanc vitri speciem accomodem. Nunc ergo erit

$$n' = 1,60 \text{ et ratio } \zeta : \eta = \text{siue } \frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 100 : 153.$$

§. 3. Introducamus igitur has determinationes in hypothesin quintam, qua assumimus $\theta = \frac{59}{100}$; ubi omnes valores idem manent, vsque ad valorem literae

ADDITAMENTVM.

terae f ubi loco fractionis $\frac{1}{1,53}$ scribi debet 1,53 ita vt sit

$$f = \frac{HH}{1,51500 - FHH} \text{ vnde reperitur}$$

$$\begin{aligned} f &= 1,3342 \\ g &= -2,1867 \\ b &= 1,7583 \end{aligned} \quad \text{hinc} \quad \begin{cases} lf = 0,1252326 \\ lg = (-) 0,3397821 \\ lb = 0,2450930 \end{cases}$$

hincque

$$\begin{aligned} p &= 0,7495. \Pi & lp &= 9,8747674 \\ q &= -0,4573. \Pi & lq &= (-) 9,6602179 \\ r &= 0,5687. \Pi & lr &= 9,7549070 \end{aligned}$$

praeterea vero erit

$$lP = 0,0226640; \text{ et } lPQ = 0,0099272$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{11} & lB &= 0,2552725 & lB' &= 0,7658175 \\ B &= \frac{2}{11} & lB &= 9,8081145 & lB' &= 9,4243435 \\ C &= b - 1 & lC &= 9,8798411 & lC' &= 9,6395233 \\ C &= \frac{b}{b-1} & lC &= 9,6347481 & lC' &= 8,9042443 \\ & & & & & = 0,4313 & lC' &= 9,5145892 \end{aligned}$$

tandem

$$lM = 9,9036003 \text{ et } lN = 9,2242553$$

hic enim pro refractione $n' = 1,60$ sequentes habentur valores

$$\begin{aligned} \mu' &= 0,8333 \\ \nu' &= 0,2666 \\ \xi' &= 0,1111 \\ \sigma' &= 1,5555 \\ \tau' &= 0,8607. \end{aligned}$$

§. 4. Hinc igitur, quia lens crystallina assumitur vtrunque aequae concava: erit pro ea

$$\sqrt{\lambda' - 1} = \left(\frac{e}{r}\right) (B - \frac{1}{2})$$

deinde, quia etiam tertia lens est vtrunque aequae convexa: pro ea erit

$$\sqrt{\lambda'' - 1} = \left(\frac{e}{r}\right) (C - \frac{1}{2})$$

vnde numeri λ' et λ'' ob

$$B - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}; C - \frac{1}{2} = -0,0687,$$

sequenti modo determinantur

$$\begin{array}{l|l} a \text{ } I\left(\frac{e}{r}\right) = 0,2248357 & \text{ad } I\left(\frac{e}{r}\right) = 0,1901924(+ \\ \text{subtr. } I\left(\frac{1}{2}\right) = 0,8450980 & \text{add. } I\left(C - \frac{1}{2}\right) = 8,8369567(-) \\ \hline I\sqrt{\lambda' - 1} = 9,3797377 & I\sqrt{\lambda'' - 1} = 9,0271491(-) \\ \text{hinc } I(\lambda' - 1) = 8,7594754 & \text{hinc } I(\lambda'' - 1) = 8,0542982(+) \\ \text{ideoque } \lambda' = 1,0575 & \text{ideoque } \lambda'' = 1,0113 \end{array}$$

quibus sequentis calculi pro confusione ita instituitur.

Pro parte prima

$$I M = 9,9036003$$

$$I \lambda' = 0,00242804$$

$$I B^2 = 9,9278807$$

$$I B^3 = 9,4243435$$

$$\log. p. I = 0,5035372$$

$$\text{ideoque pars I} = -3,1881$$

Pro secunda parte

$$I M = 9,9036003$$

$$I \lambda'' = 9,4258601$$

$$I B^2 = 9,3294604$$

$$I B^3 = 0,0633870$$

$$I. p. II = 9,2660734$$

$$\text{ideoque pars II} = -0,1845$$

Pro parte tertia

$$I N = 9,2242553$$

$$I \lambda''' = 0,0648860$$

$$I C^2 = 9,2291353$$

$$I C^3 = 8,9042443$$

$$I. p. III = 0,3248970$$

$$\text{hincque pars III} = 2,1130$$

Pro parte quarta

$$I N = 0,2242553$$

$$I \lambda'''' = 9,3412360$$

$$I C^2 = 8,5654919$$

$$I C^3 = 9,5145892$$

$$I. p. IV = 9,0509027$$

$$\text{hincque pars IV} = 0,1124$$

confusio igitur a lente triplicata data erit $\lambda = 1,1472$ vnde si confusio a reliquis lentibus nata fuerit = 0 tum capi debet $\lambda = 1,1472 + 0$, hincque patet: confusionem maiorem tolli non posse quam $0 = 0,1472$.

§. 5. Definito autem numero λ constructio primae lentis coronariae ita se habebit

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{p}{e - r\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{0,101 \Pi}{0,00194 - 0,0113 \Pi} \text{ et}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{p}{e + r\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{0,101 \Pi}{0,00194 + 0,0113 \Pi}$$

quocirca si confusio a reliquis lentibus nata pro nihilo reputari possit, ut sit $\lambda = 1,1472$, erit

$$\sqrt{\lambda - 1} = 0,3837$$

sique pro prima lente habebimus

$$\text{radius faciei } \begin{cases} \text{anterioris} = 0,5742. \Pi \\ \text{posterioris} = 1,2887. \Pi \end{cases}$$

cuius lentis constructio eo tutius succedit, quod valor ipsius λ unitatem parum superat.

§. 6. Quia secunda lens crystallina, cuius distantia focalis reperta est $q = -0,4573 \Pi$ vtrunque

$$Rrr2 \text{ debet}$$

debet esse aequae concava, radius vtriusque faciei erit $= 1,20. q = 0,5488 \text{ II.}$ Tertiae denique lentis coronariae cuius distantia focalis est $r = 0,5687 \text{ II}$ quia etiam vtrunque ponitur aequae convexa, radius vtriusque faciei debet esse $1,06. r = 0,6028 \text{ II.}$ Intervallum tandem lentis mediae ab utraque extrema sumatur $= \frac{1}{2} q = 0,0381 \text{ II.}$

§. 7. Quia lentis crystallinae radius vtriusque faciei est $= 0,5488 \text{ II.}$ eius pars quarta semidiametrum dabit aperturam $= 0,1372 \text{ II}$ unde talis lens composita ad multiplicationem $= m$ producendam adhiberi poterit sumendo $0,1372 \text{ II} = \frac{m}{10}$, unde fit $\text{II} = \frac{m}{10}$; quae circumstantia summum lucrum affert in telescopiis contrahendis. Si enim ex gr. multiplicatio $m = 100$ desideretur, hoc praestari poterit ope talis lentis, cuius distantia focalis $\text{II} = 14,58 \text{ dig.}$ siue nondum 15 dig. cum ante requirerentur 25 dig. Quod si autem etiam in his lentibus sumere velimus $\text{II} = \frac{1}{2}$ et semidiametrum aperturae $= \frac{1}{10} \text{ dig.}$ istae lentes felicissimo cum successu loco praecedentium substitui poterunt, quandoquidem laeves aberrationes a mensuris praescriptis hic multo minus sunt pertimescendae.